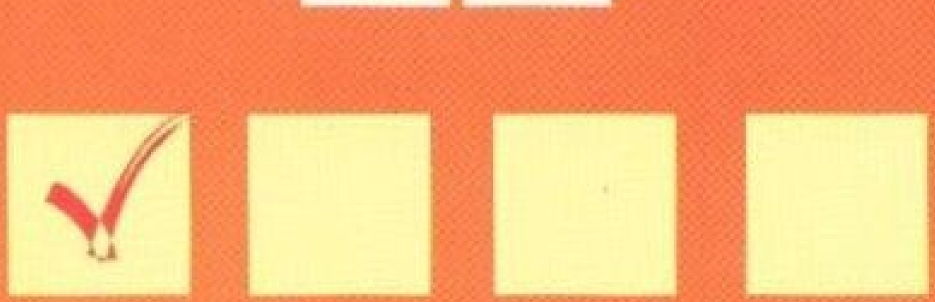
NGUYỄN THÀNH DŨNG - PHẠM THỊ THỤC OANH

CƠ SỞ LÍ THUYẾT & 500 CÂU HỎI TRẮC NGHIỆM

ĐẠI SỐ VÀ GIẢI TÍCH

11



NHÀ XUẤT BẢN ĐẠI HỌC QUỐC GIA HÀ NỘI

NGUYỄN THÀNH DŨNG - PHẠM THỊ THỤC OANH

500 CƠ SỞ LÍ THUYẾT & CÂU HỎI TRẮC NGHIỆM

ĐẠI SỐ VÀ GIẢI TÍCH

11

NHÀ XUẤT BẢN ĐẠI HỌC QUỐC GIA HÀ NỘI

THAY LỜI TỰA

Quyển "*Cơ sở lí thuyết và 500 Câu hỏi trắc nghiệm đại số &* *giải tích 11*" được biên soạn dựa theo Chương trình Giáo dục Trung học phổ thông môn Toán của Bộ Giáo dục & Đào tạo vừa được cậ nhật năm 2007.

Nhằm góp phần vào việc cải tiến thi cử trong tương lai mà đề th môn toán được cho dưới hình thức trắc nghiệm khách quan, the khuynh hướng chung của nhiều nước tiên tiến trên thế giới, quyể sách được biên soạn gồm các nội dung:

+ Tóm tắt kiến thức cơ bản.
+ 100 câu hỏi trắc nghiệm khách quan cho mỗi chương, mỗi câu hỏ sẽ có 4 câu trả lời chọn một, nhằm giúp học sinh làm quen vớ cách chọn lựa mà các đề thi sẽ được thực hiện sắp tới.
+ Cuối cùng là lời giải hướng dẫn vắn tắt các câu trắc nghiệm và kế quả trả lời.

Hy vọng quyển sách sẽ giúp học sinh tạo dựng được căn bả chương trình Toán 11 và có điều kiện chuẩn bị phương thức thi trắ nghiệm sắp tới, cũng như giúp cho giáo viên tích lũy thêm nhiều dữ liệu cho ngân hàng đề kiểm tra của mình.

Chân thành ước mong nhận được sự góp ý của quý độc giả.

Hè 2007

Các tác giả

Chương 1. HÀM SỐ LƯỢNG GIÁC PHƯƠNG TRÌNH LƯỢNG GIÁC

§1. HÀM SỐ LƯỢNG GIÁC .

A/ KIẾN THỨC CƠ BẢN

* ***Hàm số tuần hoàn:***

$y = f(x)$ – TXĐ là D. Nếu tồn tại một số $k \neq 0$ sao cho với $\forall x \in D$ ta có:

a) $x - k \in D$ và $x + k \in D$.

b) $f(x + k) = f(x)$.

Số k dương nhỏ nhất thoả mãn tính chất trên gọi là chu kỳ của hàm tuần hoàn.

* ***Hàm số y = sinx là hàm số có:***

a) TXĐ: $D = R$; TGT: $T = [-1; 1]$.

b) Hàm số là tuần hoàn, chu kỳ 2π, là hàm số lẻ.

* ***Hàm số y = cosx là hàm số có:***

a) TXĐ: $D = R$; TGT: $T = [-1; 1]$.

b) Hàm số là tuần hoàn, chu kỳ 2π, là hàm số chẵn.

* ***Hàm số y = tanx là hàm số có:***

a) TXĐ: $D = R \setminus \{\frac{\pi}{2} + k\pi, k \in Z\}$; TGT: $T = R$.

b) Hàm số là tuần hoàn, chu kỳ π, là hàm số lẻ.

* ***Hàm số y = cotx là hàm số có:***

a) TXĐ: $D = R \setminus \{k\pi, k \in Z\}$; TGT: $T = R$.

b) Hàm số là tuần hoàn, chu kỳ π, là hàm số lẻ.

B/ BÀI TẬP TRẮC NGHIỆM

Học sinh chọn một câu trả lời đúng duy nhất trong 4 câu A, B, C, D.

Chú ý: kí hiệu k trong các bài chỉ $k \in Z$.

Câu 1. Tập xác định của hàm số: $y = \frac{\sqrt{2}}{\sin x}$ là:

A. $D = R$

B. $D = R\setminus\{0\}$

C. $D = R\setminus\{k\pi\}$

D. $D = R \setminus \{\frac{\pi}{2} + k\pi\}$

Câu 2. Tập xác định của hàm số: $y = \dfrac{2\sin x}{1 + \cos x}$ là:

A. $D = R \setminus \{\dfrac{\pi}{2} + k\pi\}$ B. $D = R\setminus\{\pi + k2\pi\}$

C. $D = R$ D. $D = R \setminus\{-1\}$

Câu 3. Tập xác định của hàm số: $y = \dfrac{1 - \sin x}{\cos x - 1}$ là:

A. $D = R$ B. $D = R\setminus \{\dfrac{\pi}{2} + k\pi\}$

C. $D = R\setminus\{k\pi\}$ D. $D = R \setminus \{k2\pi\}$

Câu 4. Tập xác định của hàm số: $y = \tan 2x + \cot 2x$ là:

A. $D = R\setminus\{\dfrac{k\pi}{4}\}$ B. $D = R\setminus \{\dfrac{k\pi}{2}\}$

C. $D = R\setminus\{k\pi\}$ D. $D = R \setminus \{\dfrac{k\pi}{4} + k\pi\}$

Câu 5. Tập xác định của hàm số: $y = \sqrt{\sin x - 2}$ là:

A. $D = R$ B. $D = \varnothing$

C. $D = R\setminus\{1\}$ D. $D = R \setminus \{\dfrac{\pi}{2} + k\pi\}$

Câu 6. Tập xác định của hàm số: $y = \cot (2x - \dfrac{\pi}{3})$ là:

A. $D = R\setminus\{\dfrac{\pi}{6} + \dfrac{k\pi}{2}\}$ B. $D = R\setminus \{\dfrac{\pi}{6} + k\pi\}$

C. $D = R\setminus\{\dfrac{5\pi}{6} + k\pi\}$ D. Một kết quả khác

Câu 7. Tập xác định của hàm số: $y = \sqrt{\tan^2 x + 1}$ là:

A. $D = R \setminus \{\dfrac{\pi}{2} + k\pi\}$ B. $D = R\setminus\{k\pi\}$

C. $D = R$ D. Một kết quả khác

Câu 8. Tập xác định của hàm số: $y = \sqrt{\dfrac{1 + \cos x}{\sin^2 x}}$ là:

A. $D = R \setminus \{\dfrac{\pi}{2} + k2\pi\}$ B. $D = R$

C. $D = R\setminus\{k\pi\}$ D. $D = R \setminus \{\pi + 2k\pi\}$

Câu 9. Tập giá trị của hàm số: $y = \tan 3x + \cot 3x$ là:

A. $T = [-2;2]$ B. $T = [-1;1]$ C. $T = [-\pi;\pi]$ D. $T = R$

Câu 10. Tập giá trị của hàm số: $y = \tan 2x$ là:

A. $T = [-1;1]$ B. $T = R \setminus \{\frac{\pi}{4} + \frac{k\pi}{2}\}$

C. $T = R$ D. Một kết quả khác

Câu 11. Tập giá trị của hàm số: $y = \cot 2x$ là:

A. $T = R$ B. $T = R \setminus \{k\pi\}$

C. $T = [-2;2]$ D. Một kết quả khác

Câu 12. Tập giá trị của hàm số: $y = \cos x + \sin x$ là:

A. $T = [-\sqrt{2};\sqrt{2}]$ B. $T = [-2;2]$

C. $T = R$ D. $T = [-1;1]$

Câu 13. Tập giá trị của hàm số: $y = \cos x - \sin x$ là:

A. $T = [0;1]$ B. $T = [-1;1]$

C. $T = R$ D. $T = [-\sqrt{2};\sqrt{2}]$

Câu 14. Hàm số $y = 1 - \sin^2 x$ là:

A. Hàm số lẻ B. Hàm không tuần hoàn

C. Hàm số chẵn D. Hàm không chẵn không lẻ

Câu 15. Hàm số nào sau đây là hàm số chẵn?

A. $y = \sin 2x$ B. $y = x.\cos x$ C. $y = \cos x.\cot x$ D. $y = \frac{\tan x}{\sin x}$

Câu 16. Hàm số nào sau đây là hàm số chẵn?

A. $y = |\sin x|$ B. $y = x^2.\sin x$ C. $y = \frac{x}{\cos x}$ D. $y = x+\sin x$

Câu 17. Hàm số nào sau đây là hàm số lẻ?

A. $y = \frac{1}{2}\sin x.\cos 2x$ B. $y = 2\cos 2x$

C. $y = \frac{x}{\sin x}$ D. $y = 1+\tan x$

Câu 18. Hàm số nào sau đây là hàm số lẻ?

A. $y = |\tan x|$ B. $y = \cot 3x$

C. $y = \frac{\sin x + 1}{\cos x}$ D. $y = \sin x + \cos x$

Câu 19. Khẳng định nào sau đây là đúng?

A. $y = \cos x$ đồng biến trong $[0;\pi]$

B. $y = \sin x$ đồng biến trong $[0;\pi]$

C. $y = \tan x$ nghịch biến trong $(0;\frac{\pi}{2})$

D. $y = \cot x$ nghịch biến trong $(0;\pi)$

Câu 20. Khẳng định nào sau đây là đúng?

A. $y = |\tan x|$ đồng biến trong $[-\frac{\pi}{2};\frac{\pi}{2}]$

B. $y = |\tan x|$ là hàm số chẳn trên $D = R \setminus \{\frac{\pi}{2} + k\pi\}$

C. $y = |\tan x|$ có đồ thị đối xứng qua gốc tọa độ?

D. $y = |\tan x|$ luôn nghịch biến trong $(-\frac{\pi}{2};\frac{\pi}{2})$

Câu 21. Khẳng định nào sau đây là đúng?

A. $y = |\cos x|$ luôn đồng biến trong $\left[\frac{-\pi}{2},\frac{\pi}{2}\right]$

B. $y = |\cos x|$ là hàm số chẳn trên TXĐ $D = R \setminus \{k\pi\}$

C. $y = |\cos x|$ có đồ thị đối xứng qua trục Oy

D. $y = |\cos x|$ luôn nghịch biến trong $\left(\frac{-\pi}{2},\frac{\pi}{2}\right)$

Câu 22. Khẳng định nào sau đây là sai?

A. $y = \cos x$ đồng biến trong $\left(\frac{-\pi}{2},0\right)$

B. $y = \sin x$ đồng biến trong $\left(\frac{-\pi}{2},0\right)$

C. $y = \tan x$ nghịch biến trong $\left(0,\frac{\pi}{2}\right)$

D. $y = \cot x$ nghịch biến trong $\left(0,\frac{\pi}{2}\right)$

Câu 23. Khẳng định nào sau đây là sai?

A. $y = |\sin x|$ có đồ thị đối xứng qua gốc tọa độ

B. $y = \cos x$ có đồ thị đối xứng qua trục Oy

C. $y = |\tan x|$ có đồ thị đối xứng qua trục Oy

D. $y = \cot x$ có đồ thị đối xứng qua gốc tọa độ

Câu 24. Khẳng định nào sau đây là đúng?

$$y = \frac{1}{2}\cos x + 1 \qquad (1)$$

A. Hàm số (1) là hàm số lẻ

B. Hàm số (1) là hàm số chẵn

C. Hàm số (1) có đồ thị đối xứng qua trục hoành

D. Hàm số (1) có đồ thị đối xứng qua gốc tọa độ

Câu 25. Khẳng định nào sau đây là sai?

$$y = -\tan x \qquad (1)$$

A. Hàm số (1) là hàm số lẻ

B. Hàm số (1) không chẵn, không lẻ

C. Hàm số (1) có đồ thị đối xứng qua gốc tọa độ

D. Hàm số (1) là hàm tuần hoàn, chu kì π

Câu 26. Cho hàm số $y = \sqrt{\cos x}$ xét trên $\left[\frac{-\pi}{2}, \frac{\pi}{2}\right]$

Khẳng định nào sau đây là đúng?

A. Là hàm không chẵn, không lẻ

B. Là hàm lẻ

C. Là hàm chẵn

D. Có đồ thị đối xứng qua trục hoành

Câu 27. Giá trị lớn nhất của hàm số $y = -\sqrt{2}\sin x$

A. $\sqrt{2}$ B. 1 C. 3 D. 0

Câu 28. Giá trị lớn nhất của hàm số $y = 2\cos(x + \frac{\pi}{3}) + 1$ là:

A. 0 B. 1 C. 3 D. $\frac{\pi}{3}$

Câu 29. Giá trị lớn nhất của hàm số $y = -3\cos x + 1$ là:

A. -2 B. 4

C. 1 D. Không xác định

Câu 30. Giá trị lớn nhất của hàm số $y = \sqrt{1 + \sin 2x}$ là:

A. 1 B. 2

C. $\sqrt{2}$ D. Không xác định

Câu 31. Giá trị nhỏ nhất của hàm số $y = \frac{1}{\cos x + 1}$ là:

A. $\frac{1}{2}$ B. 1

C. $\frac{1}{\sqrt{2}}$ D. không xác định

Câu 32. Giá trị nhỏ nhất của hàm số $y = \frac{2}{1 + \tan^2 x}$ là:

A. Không xác định B. 2

C. 1 D. $\frac{3}{2}$

Câu 33. Khẳng định nào sau đây là đúng $y = \sin^2 x + 2$?

A. Giá trị lớn nhất của y là 2 B. Giá trị lớn nhất của y là 3

C. Giá trị nhỏ nhất của y là 1 D. Giá trị nhỏ nhất của y là 0

Câu 34. Khẳng định nào sau đây là đúng $y = |\sin x|$?

Xét trên $\left[\frac{-\pi}{2}, \frac{\pi}{2}\right]$

A. Không có giá trị lớn nhất B. Giá trị nhỏ nhất là –1

C. Giá trị lớn nhất là 1 D. Giá trị nhỏ nhất là 1

Câu 35. Giá trị nhỏ nhất của hàm số $y = |\cos x|$ xét trên đoạn $[-\pi, \pi]$ là:

A. $-\pi$ B. -1 C. 0 D. không có

Câu 36. Giá trị lớn nhất của hàm số $y = |\cot x|$ xét trên $(0, \pi)$ là:

A. 0 B. Không xác định C. $\sqrt{3}$ D. 1

Câu 37. Giá trị nhỏ nhất của hàm số $y = |\tan x|$ xét trên $\left(\frac{-\pi}{2}, \frac{\pi}{2}\right)$ là:

A. $\frac{\pi}{2}$ B. 0

C. Không xác định D. $\sqrt{3}$

Câu 38. Giá trị lớn nhất của hàm số $y = \sqrt{1 - \cos 2x}$ là:

A. $\sqrt{2}$ B. 2 C. $\sqrt{3}$ D. 1

§2. CÔNG THỨC BIẾN ĐỔI LƯỢNG GIÁC

Để giải các bài toán về phương trình lượng giác, học sinh cần nắm vững công thức biến đổi lượng giác đã học ở lớp 10.

A/ KIẾN THỨC CƠ BẢN

1. Công thức biến đổi tích thành tổng:

Với mọi số thực x, y ta có

$$\cos x.\cos y = \frac{1}{2}\left[\cos(x - y) + \cos(x + y)\right]$$

$$\sin x.\sin y = \frac{1}{2}\left[\cos(x - y) - \cos(x + y)\right]$$

$$\sin x.\cos y = \frac{1}{2}\left[\sin(x - y) + \sin(x + y)\right]$$

2. Công thức biến đổi tổng thành tích:

Với mọi số thực u, v ta có

$$\cos x + \cos y = 2\cos\frac{x+y}{2}\cos\frac{x-y}{2}$$

$$\cos x - \cos y = -2\sin\frac{x+y}{2}\sin\frac{x-y}{2}$$

$$\sin x + \sin y = 2\sin\frac{x+y}{2}\cos\frac{x-y}{2}$$

$$\sin x - \sin y = 2\cos\frac{x+y}{2}\sin\frac{x-y}{2}$$

$$\tan x + \tan y = \frac{\sin(x+y)}{\cos x.\cos y} \quad (x,y \neq \frac{\pi}{2} + k\pi)$$

$$\tan x - \tan y = \frac{\sin(x-y)}{\cos x.\cos y} \quad (x,y \neq \frac{\pi}{2} + k\pi)$$

- ***Chú ý:*** $\sin x + \cos x = \sqrt{2}\sin(x + \frac{\pi}{4}) = \sqrt{2}\cos(x - \frac{\pi}{4})$

  $\sin x - \cos x = \sqrt{2}\sin(x - \frac{\pi}{4}) = -\sqrt{2}\cos(x + \frac{\pi}{4})$

B/ BÀI TẬP TRẮC NGHIỆM

Câu 39. Biến đổi thành tích biểu thức $T = \frac{1}{2} + \sin 2x$ ta được kết quả là:

A. $T = 2\sin(\frac{1}{4} + x)\cos(\frac{1}{4} - x)$ B. $T = 2\sin(\frac{\pi}{6} + x)\cos(\frac{\pi}{6} - x)$

C. $T = 2\sin(\frac{\pi}{12} + x)\cos(\frac{\pi}{12} - x)$ D. $T = 2\cos(\frac{\pi}{12} + x)\sin(\frac{\pi}{12} - x)$

Câu 40. Biến đổi biểu thức $T = \frac{1}{2} + \cos 2x$ thành tích ta được kết quả là:

A. $T = -2\sin(x - \frac{\pi}{3})\sin(x + \frac{\pi}{3})$ B. $T = 2\cos(x - \frac{\pi}{6})\cos(x + \frac{\pi}{6})$

C. $T = 2\cos(x - \frac{\pi}{3})\cos(x + \frac{\pi}{3})$ D. $T = -2\cos(x - \frac{\pi}{3})\cos(x + \frac{\pi}{3})$

Câu 41. Biến đổi biểu thức $T = 2\cos 4x - \sqrt{3}$ thành tích ta được kết quả là:

A. $T = -2\sin(x + \frac{\pi}{6})\sin(x - \frac{\pi}{6})$ B. $T = -4\sin(x + \frac{\pi}{12})\sin(x - \frac{\pi}{12}))$

C. $T = -2\sin(2x + \frac{\pi}{12})\sin(2x - \frac{\pi}{12})$ D. $T = -4\sin(2x + \frac{\pi}{12})\sin(2x - \frac{\pi}{12})$

Câu 42. Khẳng định nào sau đây là đúng?

A. $\sin x + \cos x = -\sqrt{2}\cos(x + \frac{\pi}{4})$ B. $\sin x + \cos x = \frac{\sqrt{2}}{2}\cos(x - \frac{\pi}{4})$

C. $\sin x + \cos x = -\sqrt{2}\sin(x + \frac{\pi}{4})$ D. $\sin x + \cos x = \sqrt{2}\sin(x + \frac{\pi}{4})$

Câu 43. Khẳng định nào sau đây là sai?

A. $\sin x - \cos x = -\sqrt{2}\cos(x + \frac{\pi}{4})$ B. $\sin x - \cos x = -\sqrt{2}\sin(x - \frac{\pi}{4})$

C. $\sin x - \cos x = \sqrt{2}\sin(x + \frac{\pi}{4})$ D. $\sin x - \cos x = \sqrt{2}\cos(x - \frac{\pi}{4})$

Câu 44. Biến đổi biểu thức $T = \cos(-\frac{\pi}{4})\cos(\frac{\pi}{3})$ ta được kết quả:

A. $T = -\frac{1}{2}\left[\cos(\frac{-7\pi}{12}) + \cos\frac{\pi}{12}\right]$ B. $T = \frac{1}{2}\cos(\frac{-7\pi}{12}) - \cos\frac{\pi}{12}$

C. $T = \frac{1}{2}\cos(\frac{-7\pi}{12}) + \cos\frac{\pi}{12}$ D. $T = \frac{1}{2}\cos(\frac{-7\pi}{6}) + \cos\frac{\pi}{6}$

Câu 45. Biến đổi biểu thức $T = \cos 120^0 \cos 20^0$ ta được kết quả là:

A. $T = \frac{1}{2}(\cos 100^0 - \cos 140^0)$ B. $T = \frac{1}{2}(\cos 100^0 + \cos 140^0)$

C. $T = \frac{1}{2}(\cos 50^0 + \cos 70^0)$ D. $T = \frac{1}{2}(\cos 50^0 - \cos 70^0)$

Câu 46. Biểu thức $3\sin x + \sqrt{3}\cos x$ bằng biểu thức nào sau đây?

A. $\frac{1}{4}\sin(x + \frac{\pi}{6})$ B. $2\sqrt{3}\sin(x + \frac{\pi}{6})$

C. $2\sqrt{3}\sin(x + \frac{\pi}{3})$ D. $2\sqrt{3}\cos(x + \frac{\pi}{3})$

Câu 47. Biểu thức $T = \sin 65^0 \sin 45^0$ bằng biểu thức nào sau đây?

A. $T = \frac{1}{2}(\sin 20^0 - \sin 110^0)$ B. $T = \frac{1}{2}(\cos 20^0 + \sin 110^0)$

C. $T = \frac{1}{2}(\cos 20^0 - \cos 110^0)$ D. $T = \frac{1}{2}(\cos 20^0 - \cos 110^0)$

Câu 48. Biểu thức $T = \sin 18^0 \cos 36^0$ bằng biểu thức nào sau đây?

A. $T = \sin(-18^0) + \sin 54^0$ B. $T = \frac{1}{2}[\sin(-18^0) + \sin 54^0]$

C. $T = \frac{1}{2}[\cos(-18^0) + \cos 54^0]$ D. $T = \frac{1}{2}(\sin 18^0 - \sin 54^0)$

Câu 49. Biểu thức $T = \sin(\frac{\pi}{3} + x)\sin(\frac{\pi}{3} - x)$ bằng biểu thức nào dưới đây?

A. $T = \frac{1}{2}(\cos 2x + 1)$ B. $T = \frac{1}{2}(\cos 2x - 1)$.

C. $T = \frac{1}{2}(\cos 2x + \frac{1}{2})$ D. $T = \frac{1}{2}(\cos 2x - \frac{1}{2})$

Câu 50. Biểu thức $T = \sin(x + \frac{\pi}{4}).\cos(\frac{\pi}{4} - x)$ bằng biểu thức nào dưới đây?

A. $T = \frac{1}{2}(\sin 2x + 1)$ B. $T = \frac{1}{2}(1 - \sin 2x)$

C. $T = \frac{1}{2}(\cos 2x + 1)$ D. $T = \frac{1}{2}(\cos 2x - 1)$

Câu 51. Biểu thức $T = \sqrt{3} + \tan\alpha$ bằng biểu thức nào dưới đây?

A. $T = \dfrac{2\sin(\frac{\pi}{3} + \alpha)}{\sin\alpha}$ B. $T = \dfrac{\sin(\frac{\pi}{3} + \alpha)}{\sin\alpha}$

C. $T = \dfrac{2\sin(\frac{\pi}{3} + \alpha)}{\cos\alpha}$ D. $T = \dfrac{\sin(\frac{\pi}{3} + \alpha)}{2\cos\alpha}$

Câu 52. Rút gọn biểu thức: $\dfrac{\cos x + \cos y}{\sin x + \sin y}$ ta được kết quả là:

A. $\cot(\frac{x-y}{2})$ B. $\cot(\frac{x+y}{2})$ C. $\tan(\frac{x-y}{2})$ D. $\tan(\frac{x+y}{2})$

Câu 53. Rút gọn biểu thức: $\dfrac{\cos x}{\sin x} - \dfrac{\cos 3x}{\sin 3x}$ ta được kết quả là:

A. $-\tan2x$ B. $\tan2x$ C. $-\cot2x$ D. $\cot2x$

Câu 54. Rút gọn biểu thức: $\dfrac{\sin 5a + \sin a}{\cos 5a - \cos a}$ ta được kết quả là:

A. $-\cot3a$ B. $\cot2a$ C. $-\cot2a$ D. $\cot3a$

Câu 55. Nếu ΔABC thỏa mãn điều kiện $\cos A + \cos B = \sin A + \sin B$ thì tam giác đó là tam giác

A. vuông tại A B. vuông tại C

C. vuông tại B D. không phải là tam giác vuông

Câu 56. Rút gọn biểu thức $T = (\tan x + \tan 2x)(\cos x + \cos 3x)$ ta được kết quả là:

A. $T = 2\sin2x$ B. $T = 2\sin3x$ C. $T = \frac{1}{2}\sin2x$ D. $-2\sin3x$

Câu 57. Khẳng định nào sau đây là đúng?

A. $\cos(x - \frac{\pi}{2}).\sin(x + \frac{\pi}{2}) = \sin^2x$

B. $\cos(x - \frac{\pi}{2}).\sin(x + \frac{\pi}{2}) = \cos^2x$

C. $\cos(x - \frac{\pi}{2}).\sin(x + \frac{\pi}{2}) = \sin2x$

D. $\cos(x - \frac{\pi}{2}).\sin(x + \frac{\pi}{2}) = \sin x.\cos x$

Câu 58. Biểu thức: $T = \sin 3x - \sqrt{3}.\cos 3x$ bằng biểu thức nào dưới đây

A. $2.\cos(x - \frac{\pi}{3})$ B. $\sqrt{2}.\cos x(3x - \frac{\pi}{3})$

C. $\sqrt{2}.\cos x(3x + \frac{\pi}{3})$ D. $2.\cos x(3x - \frac{\pi}{3})$

Câu 59. Biểu thức $T = \frac{\sqrt{2}}{2}\sin(x - \frac{\pi}{6}) + \sqrt{\frac{3}{2}}\cos(x - \frac{\pi}{6})$ bằng biểu thức nào dưới đây:

A. $T = 2\sqrt{2}.\cos(x - \frac{\pi}{2})$ B. $T = \sqrt{2}\cos(x - \frac{\pi}{2})$

C. $T = -\sqrt{2}\cos(x - \frac{\pi}{2})$ D. $T = \sqrt{2}\cos(x + \frac{\pi}{2})$

Câu 60. Biến đổi biểu thức $T = 2\sin(x + \frac{\pi}{4}) - \sqrt{2}$ thành tích ta được kết quả là:

A. $T = 2\cos(\frac{x}{2} + \frac{\pi}{4})\sin\frac{x}{2}$ B. $T = -4\cos(\frac{x}{2} + \frac{\pi}{4})\sin\frac{x}{2}$

C. $T = 4\cos(x + \frac{\pi}{4})\sin\frac{x}{2}$ D. $T = 4\cos(\frac{x}{2} + \frac{\pi}{4})\sin\frac{x}{2}$

§3. PHƯƠNG TRÌNH LƯỢNG GIÁC

A/ KIẾN THỨC CƠ BẢN

I. Phương trình lượng giác cơ bản

1. $\sin x = a$, với $-1 \le a \le 1$ Đặt $a = \sin\alpha \Leftrightarrow x = \arcsin a \in [-\frac{\pi}{2}; \frac{\pi}{2}]$

$$\sin x = \sin\alpha \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x = \alpha + k2\pi \\ x = \pi - \alpha + k2\pi \end{array}\right. (k \in Z)$$

2. $\cos x = a$, với $-1 \le a \le 1$. Đặt $a = \cos\alpha \Leftrightarrow x = \arccos a \in [0; \pi]$

$\cos x = \cos\alpha \Leftrightarrow x = \pm\alpha + k2\pi \quad (k \in Z)$

3. $\tan x = a$; Đặt $a = \tan\alpha$

$\tan x = \tan\alpha \Leftrightarrow x = \alpha + k\pi$ $(k \in Z)$ hoặc $x = \arctan a + k\pi$ với $\arctan a \in (-\frac{\pi}{2}; \frac{\pi}{2})$ $(k \in Z)$

4. cotx = a. Đặt a = cotα

cotx = cotα $\Leftrightarrow$ x = α + kπ (k $\in$ Z) hoặc x = arcota + kπ với arccota $\in$ (0; π)

II. Phương trình bậc hai đối với một hàm số lượng giác

$$at^2 + bt + c = 0 \ (a \neq 0)$$

Trong đó t là một trong các hàm số: sinx, cosx, tanx hoặc cotx

Chú ý: $t = \sin x \ ; (-1 < t < 1)$

$t = \cos x \ ; (-1 \leq t < 1)$

Giai phương trình tìm t và đưa về dạng căn bản.

III. Phương trình bậc nhất đối với sinx và cosx

$$a\sin x + b\cos x = c \ (a, b, c \in R;\ a \neq 0 \ ; \ b \neq 0)$$

$\Rightarrow$ Điều kiện để phương trình có nghiệm $a^2 + b^2 > c^2$ ($a^2 + b^2 > c^2$)

- Áp dụng: $a\sin x + b\cos x = \sqrt{a^2 + b^2}.\sin(x + \varphi)$ đưa về dạng

$$\sin((x + \varphi) = \frac{c}{\sqrt{a^2 + b^2}}$$

- Đặt ẩn phụ $t = \tan\frac{x}{2}$; $\sin x = \frac{2t}{1 + t^2}$; $\cos x = \frac{1 - t^2}{1 + t^2}$ đưa về phương trình bậc hai theo t.

B/ BÀI TẬP TRẮC NGHIỆM

Câu 61. Phương trình $2\sin x = -\sqrt{3}$ có nghiệm là:

A. $x = \frac{\pi}{3} + k2\pi$

B. $x = \frac{2\pi}{3} + k2\pi$ hay $x = \frac{4\pi}{3} + k2\pi$

C. $x = \frac{-\pi}{3} + k2\pi$ hay $x = \frac{4\pi}{3} + k2\pi$

D. $x = -\frac{2\pi}{3} + k2\pi$ hay $x = \frac{4\pi}{3} + k2\pi$

Câu 62. Phương trình $-tgx = \sqrt{3}$ có nghiệm là:

A. $x = -\frac{\pi}{3} + k\pi$ B. $x = \frac{\pi}{3} + k\pi$ C. $x = \frac{\pi}{6} + k\pi$ D. $x = -\frac{\pi}{6} + k\pi$

Câu 63. Phương trình cos2x = 1 có nghiệm là:

A. $x = k2\pi$ B. $x = k\frac{\pi}{2}$ C. $x = k\pi$ D. $x = \pi + k2\pi$

Câu 64. Phương trình $\sin 2x = 0$ có nghiệm là:

A. $x = k2\pi$ B. $x = k\pi$ C. $x = \pi + k2\pi$ D. $x = k\dfrac{\pi}{2}$

Câu 65. Phương trình $\cos(2x - \dfrac{\pi}{2}) = 0$ có nghiệm là:

A. $x = \dfrac{\pi}{2} + k.\dfrac{\pi}{2}$ B. $x = \pi + k\pi$ C. $x = k\pi$ D. $x = k2\pi$

Câu 66. Phương trình $2\sin 2x - \sqrt{3} = 0$ có nghiệm trong $[0; 2\pi]$ là:

A. $S = \left\{\dfrac{\pi}{6}, \dfrac{\pi}{3}, \dfrac{2\pi}{3}, \dfrac{5\pi}{6}\right\}$ B. $S = \left\{\dfrac{\pi}{6}, \dfrac{\pi}{3}, \dfrac{7\pi}{6}, \dfrac{4\pi}{3}\right\}$

C. $S = \left\{\dfrac{\pi}{6}, \dfrac{5\pi}{6}, \dfrac{7\pi}{6}\right\}$ D. $S = \left\{\dfrac{\pi}{3}, \dfrac{4\pi}{3}, \dfrac{5\pi}{3}\right\}$

Câu 67. Phương trình $\cos(3x - \dfrac{\pi}{3}) = 1$ có nghiệm là:

A. $x = \dfrac{\pi}{6} + k\dfrac{2\pi}{3}$ B. $x = \dfrac{\pi}{12} + k\dfrac{2\pi}{3}$

C. $x = \dfrac{\pi}{9} + k\dfrac{2\pi}{3}$ D. $x = \dfrac{\pi}{3} + k\dfrac{2\pi}{3}$

Câu 68. Phương trình $2\cos x + 1 = 0$ có nghiệm là:

A. $x = \pm\dfrac{\pi}{3} + k\pi$ B. $x = \pm\dfrac{\pi}{6} + k2\pi$

C. $x = \pm\dfrac{4\pi}{3} + k\pi$ D. $x = \pm\dfrac{2\pi}{3} + k2\pi$

Câu 69. Phương trình: $1 + \tan 2x = 0$ có nghiệm trong $[0; 2\pi]$ là:

A. $S = \left\{\dfrac{\pi}{8}, \dfrac{3\pi}{8}, \dfrac{7\pi}{8}, \dfrac{11\pi}{8}\right\}$ B. $S = \left\{\dfrac{3\pi}{8}, \dfrac{7\pi}{8}, \dfrac{11\pi}{8}, \dfrac{15\pi}{8}\right\}$

C. $S = \left\{\dfrac{3\pi}{8}, \dfrac{5\pi}{8}, \dfrac{11\pi}{8}, \dfrac{15\pi}{8}\right\}$ D. $S = \left\{\dfrac{\pi}{8}, \dfrac{5\pi}{8}, \dfrac{11\pi}{8}, \dfrac{15\pi}{8}\right\}$

Câu 70. Cho phương trình $\dfrac{\text{tg}x}{\sin x + 1} = 0$ (1). Khẳng định nào sau đây là đúng?

A. Điều kiện xác định của phương trình (1) là mọi x thuộc R

B. Điều kiện xác định của phương trình (1) là $\sin x \neq -1$

C. Điều kiện xác định của phương trình (1) là $\sin x \neq -1$ và $\cos x \neq 0$

D. Nghiệm của phương trình là $x = \dfrac{\pi}{2} + k\pi$

ĐẠI HỌC QUỐC GIA HÀ NỘI
TRUNG TÂM THÔNG TIN THƯ VIỆN
LC/1779

Câu 71. Cho phương trình $\frac{\cot x}{\cos^2 x + 1} = 0$ (2). Khẳng định nào sau đây là đúng?

A. Điều kiện xác định của phương trình (2) là $\sin x \neq 0$ và $\cos x \neq -1$

B. Điều kiện xác định của phương trình (2) là mọi x thuộc R

C. Nghiệm của phương trình (2) là $x = k\pi$

D. Nghiệm của phương trình (2) là $x = \frac{\pi}{2} + k\pi$

Câu 72. Cho phương trình $\frac{\cos x + \sqrt{2}}{\mathrm{tg}x} = 0$ (3). Khẳng định nào sau đây là đúng?

A. Điều kiện xác định của phương trình (3) là $x \neq k\frac{\pi}{2}$

B. Điều kiện xác định của phương trình (3) là $\sin x \neq 0$

C. Nghiệm của phương trình (3) là $x = +\frac{\pi}{4} + k2\pi$

D. Phương trình (3) vô nghiệm

Câu 73. Cho phương trình $\frac{2\sin x + \sqrt{2}}{\cot g^2 x + 1} = 0$ (4). Khẳng định nào sau đây là đúng?

A. Điều kiện xác định của phương trình (4) là mọi x thuộc R

B. Nghiệm của phương trình (4) là $x = \frac{\pi}{4} + k2\pi$; $x = \frac{3\pi}{4} + k2\pi$

C. Nghiệm của phương trình (4) là $x = -\frac{\pi}{4} + k2\pi$; $x = \frac{5\pi}{4} + k2\pi$

D. Phương trình (4) vô nghiệm .

Câu 74. Phương trình: $2\cos 2x + \sqrt{3} = 0$ có nghiệm là:

A. $x = +\frac{5\pi}{6} + k2\pi$

B. $x = +\frac{5\pi}{6} + k2\pi$

C. $x = +\frac{5\pi}{12} + k\pi$

D. $x = +\frac{5\pi}{12} + k2\pi$

Câu 75. Cho phương trình: $3 - 2\sin 2x = -m$ (1)

m thuộc tập giá trị nào dưới đây thì phương trình (1) có nghiệm

A. $[-5; -1]$

B. $[-5; -2]$

C. $[-5; 0]$

D. $[-5; -3]$

Câu 76. Cho phương trình $\cos(2x - \frac{\pi}{3}) - m = 2$ (2)

m thuộc tập giá trị nào dưới đây thì phương trình (2) có nghiệm

A. $\varnothing$ B. $[-1; 3]$ C. $[-3; -1]$ D. Mọi $m \in R$

Câu 77. Tập hợp các giá trị nào của m thì phương trình $\cos x + \sqrt{3}\sin x = m$ có nghiệm

A. $[-\sqrt{2}; \sqrt{2}]$ B. $[-1; 1]$ C. $[-\sqrt{3}; \sqrt{3}]$ D. $[-2; 2]$

Câu 78. Tập hợp các giá trị nào của m thì phương trình

$$\sin(x - \frac{\pi}{3}) - \sqrt{3}\cos(x - \frac{\pi}{3}) = 2m \text{ vô nghiệm}$$

A. $(-\infty, -1] \cup [1, +\infty)$ B. $(-1, 1)$

C. Mọi m thuộc R D. $(-\infty, -1) \cup (1, +\infty)$

Câu 79. Tập hợp các giá trị nào của m thì phương trình

$$\sin x + (m - 1)\cos x = 1 \text{ vô nghiệm}$$

A. $\varnothing$ B. Mọi m thuộc R

C. $(-\infty, 1)$ D. $(1, +\infty)$

Câu 80. Phương trình $\cos x + \sqrt{3}\sin x = \sqrt{3}$ có nghiệm là

A. $x = \frac{\pi}{2} + k\pi; x = \frac{\pi}{6} + k\pi$ B. $x = \frac{\pi}{2} + k2\pi; x = \frac{\pi}{6} + k2\pi$

C. $x = \frac{\pi}{3} + k\pi$ D. Một kết quả khác

Câu 81. Phương trình $\cos x + \sqrt{3}\sin x = -1$ có nghiệm là

A. $x = -\pi + k2\pi; x = \frac{\pi}{3} + k2\pi$ B. $x = \pi + k2\pi; x = \frac{\pi}{6} + k2\pi$

C. $x = \pi + k\pi; x = -\frac{\pi}{3} + k\pi$ D. $x = \pi + k2\pi; x = -\frac{\pi}{3} + k2\pi$

Câu 82. Giá trị nào của m thì phương trình $\frac{\sin x - m}{\cos x} = 0$ có nghiệm

A. $m \in [-1, 1]$ B. $m \in (-1, 1]$

C. $m \neq \pm 1$ D. Mọi m thuộc R

Câu 83. Giá trị nào của m để phương trình $\cos^2x + m = 0$ có nghiệm

A. $m < 0$ B. $m \in [-1, 1]$

C. $m \in [-1, 0]$ D. $m \leq 0$

Câu 84. Phương trình $6\cos^2x + 5\sin x - 7 = 0$có tập nghiệm là:

A. $S = \left\{\frac{\pi}{6} + k2\pi; \frac{5\pi}{6} + k2\pi; \frac{\pi}{3} + k2\pi; \frac{2\pi}{3} + k2\pi\right\}$

B. $S = \left\{\frac{\pi}{6} + k2\pi; \frac{5\pi}{6} + k2\pi; \arcsin\frac{1}{3} + k2\pi; \pi - \arcsin\frac{1}{3} + k2\pi\right\}$

C. $S = \left\{\frac{\pi}{6} + k2\pi; \frac{5\pi}{6} + k2\pi; \arcsin\frac{2}{3} + k2\pi; \pi - \arcsin\frac{2}{3} + k2\pi\right\}$

D. Một kết quả khác

Câu 85. Phương trình $3\sin^2x - \sin 2x - \cos^2x = 0$ có tập nghiệm là:

A. $S = \left\{\frac{\pi}{4} + k\pi; \frac{\pi}{3} + k2\pi\right\}$ B. $S = \left\{\frac{\pi}{4} + k\pi; \arctan(\ \frac{1}{3}) + k\pi\right\}$

C. $S = \varnothing$ D. $S = \left\{\frac{\pi}{4} + k\pi; \arctan(\frac{1}{3}) + k\pi\right\}$

Câu 86. Phương trình $\sin^2x - \frac{1}{2}\cos^2x = \frac{1}{2}\sin x\cos x$ có tập nghiệm là:

A. $S = \left\{\frac{\pi}{4} + k\pi; \frac{\pi}{3} + k2\pi\right\}$ B $S = \left\{\frac{\pi}{4} + k\pi; \arctan\left(\ \frac{1}{2}\right) + k\pi\right\}$

C. $S = \left\{\frac{\pi}{4} + k\pi; \arctan\frac{1}{3} + k\pi\right\}$ D. $S = \left\{\frac{\pi}{4} + k\pi; \frac{\pi}{3} + k\pi\right\}$

Câu 87. Phương trình $\sin 2x + \sin^2x = 1$ có nghiệm là:

A. $x = \frac{\pi}{2} + k\pi$ B. $x = k\pi$

C. $x = \arctan\frac{1}{2} + k\pi$ D. Một kết quả khác

Câu 88. Phương trình $\cos^2x - 3\cos x + 2 = 0$ có nghiệm là:

A. $x = k2\pi; x = \arccos 2 + k2\pi$ B. $x = k\pi;\ x = \arccos 2 + k2\pi$

C. $x = k2\pi$ D. $x = k\frac{\pi}{2}$

Câu 89. Phương trình $4\sin^2x - 5\sin x + 1 = 0$ có nghiệm là:

A. $x = \frac{\pi}{2} + k\pi; x = \arcsin\frac{1}{4} + k2\pi$

B. $x = \frac{\pi}{2} + k2\pi; x = \arcsin\frac{1}{4} + k2\pi$

C. $x = \frac{\pi}{2} + k2\pi; x = \arcsin\frac{1}{4} + k2\pi; x = \pi - \arcsin\frac{1}{4} + k2\pi$

D. $x = \frac{\pi}{2} + k2\pi; x = \arcsin\frac{1}{4} + k2\pi; x = \pi - \arcsin\frac{1}{4} + k\pi$

Câu 90. Phương trình $2\tan^2x - 5\tan x + 3 = 0$ có nghiệm là:

A. $x = \frac{-\pi}{4} + k\pi; x = \arctan\frac{3}{2} + k\pi$

B. $x = \frac{\pi}{4} + k2\pi; x = \arctan\frac{2}{3} + k\pi$

C. $x = \frac{-\pi}{4} + k\pi$

D. $x = \frac{\pi}{4} + k\pi;\ x = \arctan\frac{3}{2} + k\pi$

Câu 91. Phương trình $\cos^2x - \cos2x = -\sin^2x$ có nghiệm là:

A. $x = 2k\pi$

B. $x = k\pi$

C. $x = k\frac{\pi}{2}$

D. $x = \pi + 2k\pi$

Câu 92. Phương trình $\tan2x = \tan(x + \frac{\pi}{4})$ có nghiệm là:

A. $x = \frac{\pi}{4} + k\pi$

B. $x = \frac{\pi}{4} + k2\pi$

C. $x = \frac{\pi}{12} + \frac{k\pi}{3}$

D. Một kết quả khác

Câu 93. Phương trình $\cot(2x - \frac{\pi}{4}) - 1 = 0$ có nghiệm là:

A. $x = \frac{\pi}{4} + k\pi$

B. $x = \frac{\pi}{4} + \frac{k\pi}{2}$

C. $x = \frac{\pi}{2} + k\pi$

D. $x = \frac{\pi}{2} + \frac{k\pi}{2}$

Câu 94. Với giá trị nào của m thì phương trình $m\sin2x+(m-1)\cos2x = 1$ vô nghiệm?

A. $m = 0$

B. $m < 0$

C. $0 < m < 1$

D. $m > 1$

Câu 95. Các giá trị nào của m để phương trình $\sqrt{3}\cos(3x - \frac{\pi}{4}) + m - 1 = 0$ có nghiệm?

A. $m < 1-\sqrt{3}$

B. $m > 1 + \sqrt{3}$

C. $m \in \left[-\sqrt{3}; \sqrt{3}\right]$

D. $1 - \sqrt{3} \le m \le 1 + \sqrt{3}$

Câu 96. Phương trình $2\cos(x - 75^0) - \sqrt{2} = 0$ có nghiệm là:

A. $x = 120^0 + k2.360^0$ hay $x = 30^0 + k2.360^0$

B. $x = 120^0 + k360^0$ hay $x = 30^0 + k360^0$

C. $x = 60^0 + k360^0$ hay $x = 30^0 + k360^0$

D. Một kết quả khác

Câu 97. Phương trình $\cos 3x \sin 2x + \cos 3x - \sin 2x - 1 = 0$ có nghiệm là::

A. $x = k2\pi$ hay $x = \frac{\pi}{4} + k\pi$ B. $x = \frac{k\pi}{3}$ hay $x = \frac{\pi}{4} + k\pi$

C. $x = \frac{k2\pi}{3}$ hay $x = -\frac{\pi}{4} + k\pi$ D. Một kết quả khác

Câu 98. Phương trình $\sqrt{2}\sin 2x - \cos x - \sqrt{2}\sin 2x + \sqrt{2} = 0$ có nghiệm là:

A. $x = \frac{\pi}{8} + k\pi$ hay $x = \frac{3\pi}{8} + k\pi$ B. $x = \frac{\pi}{4} + k\pi$ hay $x = \frac{3\pi}{4} + k\pi$

C. $x = \frac{\pi}{8} + k2\pi$ hay $x = \frac{3\pi}{8} + k2\pi$ D. Một kết quả khác

Câu 99. Phương trình $2\cos^2 x - 3\sqrt{3}\sin 2x - 4\sin^2 x = -4$ có nghiệm là::

A. $x = \frac{\pi}{6} + k\pi$ B. $x = \frac{\pi}{2} + k\pi$ hay $x = \frac{\pi}{6} + k\pi$

C. $x = \frac{\pi}{2} + k\pi$ D. Một kết quả khác

Câu 100. Phương trình $\cos 2x + \cos 3x + \cos 7x = 0$ có tập nghiệm là:

A. $S = \left\{\frac{\pi}{4} + \frac{k\pi}{2}; \frac{2\pi}{16} + \frac{k2\pi}{5}\right\}$

B. $S = \left\{\frac{\pi}{4} + \frac{k\pi}{2}; -\frac{2\pi}{15} + \frac{k2\pi}{5}\right\}$

C. $S = \left\{\frac{\pi}{4} + \frac{k\pi}{2}; \frac{2\pi}{15} + \frac{k2\pi}{5}; -\frac{2\pi}{15} + \frac{k2\pi}{5}\right\}$

D. Một kết quả khác

Chương 2. TỔ HỢP VÀ XÁC SUẤT

A/ KIẾN THỨC CƠ BẢN

1. Quy tắc căn bản của phép đếm

Quy tắc cộng: *Có m cách chọn đối tượng A (hay thực hiện hành động A, n cách chọn đối tượng B (hay thực hiện hành động B, p cách chọn đối tượng C (hay thực hiện hành động C,... thì sẽ có m + n + p + ... cách để chọn hoặc đối tượng A hoặc đối tượng B hoặc đối tượng C... nếu các cách lựa chọn giữa các đối tượng A, B, C, ... không bị trùng nhau.*

Gọi N(A,N(B,N(C,... lần lượt là số phần tử các tập hợp A, B, C... thì:

$$N(A \cup B \cup C \cup ..) = N(A) + N(B) + N(C) + ...$$

Quy tắc nhân: *Phải thực hiện nhiều hành động liên tiếp A, B, C,... Nếu:*

- *Có m cách để thực hiện hành động A*
- *Trong mỗi cách thực hiện hành động A, có n cách thực hiện hành động B*
- *Trong mỗi cách thực hiện hành động B, có p cách thực hiện hành động C...*

  Vậy sẽ có m.n.p... cách để thực hiện các hành động A, B, C... liên tiếp.

2. Hoán vị – Chỉnh hợp – Tổ hợp

Mỗi cách xếp đặt n phần tử theo một thứ tự nhất định được gọi là một **hoán vị của n phần tử**.

Số hoán vị của n phần tử được tính bởi công thức:

$$\boxed{P_n = n.(n-1)\ ...\ 2.1 = n!}$$

Mỗi cách xếp đặt k phần tử, lấy từ n phần tử, theo một thứ tự nhất định được gọi là một **chỉnh hợp chập k của n phần tử**.

Số chỉnh hợp chập k của n phần tử được tính bởi công thức:

$$\boxed{A_n^k = \frac{n!}{(n-k)!} = n.(n-1)...(n-k+1)\ (1 \le k \le n)}$$

Mỗi cách lấy k phần tử từ n phần tử (không phân biệt thứ tự) được gọi là một **tổ hợp chập k của n phần tử**. Do đó tổ hợp chập k của n phần tử chính là **số tập con chứa k phần tử của tập hợp có n phần tử**.

Số tổ hợp chập k của n phần tử được tính bằng công thức:

$$\boxed{C_n^k = \frac{n!}{k!(n-k)!}}$$

Phương pháp: Khi giải các bài toán về đại số tổ hợp học sinh cần lưu ý:

+ Với yêu cầu xếp đặt (hoặc lấy ra) k phần tử từ n phần tử, có kể thứ tự thì:

a) Nếu k < n : Dùng chỉnh hợp chập k của n phần tử.

b) Nếu k = n: Dùng hoán vị n phần tử và lưu ý khi xếp đặt n phần tử vào n chỗ:

- Của một bàn dài sẽ có n! cách.
- Của một bàn tròn sẽ có (n–1)! Cách.

+ Với yêu cầu xếp đặt (hoặc lấy ra) k phần tử từ n phần tử, không kể thứ tự ($k \le n$): dùng công thức tổ hợp.

+ Khi chứng minh các công thức liên quan đến chỉnh hợp, tổ hợp ta lưu ý công thức:

$$\boxed{\begin{array}{l} C_n^k = C_n^{k-1},\ 0 \le k \le n \\ C_{n-1}^{k-1} + C_{n-1}^{k} = C_n^k;\ 1 \le k \le n \end{array}}$$

3. Nhị thức Niu–tơn (Newton)

Để khai triển nhị thức Niu–tơn ta áp dụng công thức:

$$\boxed{(a+b)^n = C_n^0 a^n + C_n^1 a^{n-1}b + C_n^2 a^{n-2}b^2 + \ldots + C_n^{n-1}ab^{n-1} + C_n^n b^n}$$

Khi áp dụng công thức trên ta cần lưu ý:

a) $C_n^0 = C_n^n = 1$

b) Các hệ số ở vế trái của công thức khai triển có tính đối xứng.

c) $C_n^0 + C_n^1 + \ldots\ldots + C_n^n$ [illegible] 2^n

d) $C_n^0 - C_n^1 + \ldots\ldots + (-1)^k C_n^k + \ldots (-1)^n C_n^n = 0$

B/ BÀI TẬP TRẮC NGHIỆM

1. GIẢI TÍCH TỔ HỢP

Học sinh chọn một câu trả lời đúng thích hợp duy nhất trong các kết quả A, B, C, D

Câu 1. Có bao nhiêu số gồm 3 chữ số khác nhau được thành lập từ các chữ số 6, 7, 8, 9?

A. 4　　B. 16　　C. 24　　D. Một số khác

Câu 2. Có bao nhiêu cách xếp đặt để một đôi nam nữ ngồi trên một hàng gồm 10 ghế để người nữ ngồi bên phải người nam?

A. 9　　B.45　　C. 100　　D. 90

Câu 3. Một lớp học có 10 học sinh được bầu chọn vào ba chức vụ khác nhau, lớp trưởng, lớp phó và thư ký (không được kiêm nhiệm). Số cách lựa chọn khác nhau sẽ là:

A. 30　　B. 1000　　C. 720　　D. 120

Câu 4. Một người có 4 cái quần, 6 cái áo, 3 chiếc cà vạt. Để chọn 1 cái quần hoặc 1 cái áo hoặc 1 cà vạt thì số cách chọn khác nhau là:

A. 13　　B. 72　　C.12　　D. Một số khác

Câu 5. Với giả thiết câu 4. Nếu phải chọn mỗi thứ một món thì có bao nhiêu cách chọn bộ "quần–áo–cà vạt" khác nhau?

A. 13　　B. 72　　C. 12　　D. Một số khác

Câu 6. Tỉ số $\frac{6!}{4!}$ bằng số nào sau đây?

A. 2!　　B. 4　　C. 12　　D.30

Câu 7. Tỉ số $\frac{(n+3)!}{(n+1)!}$ bằng kết quả nào sau đây?

A. $n + 2$　　B. $n + 3$　　C. $n^2 + 5n + 6$　　D. $1+n$

Câu 8. A_{10}^{2} có giá trị là:

A. 45　　B. 90　　C. 100　　D.20

Câu 9. $A_{10}^{k} = 720$ thì k có giá trị là:

A. 2　　B.3　　C. 4　　D.5

Câu 10. $A_n^3 = 24$ thì n có giá trị là:

A. 2 B. 3 C. 4 D. 5

Câu 11. $A_n^2 + A_{2n}^2 = 110$ thì n có giá trị là:

A. 2 B. 3 C. 4 D. 5

Câu 12. $A_{2n}^2 - 24 = A_n^2$ thì n có giá trị là:

A. 2 B. 3 C. 4 D. 5

Câu 13. Giá trị của C_{10}^3 là:

A. 120 B. 720

C. 1000 D. Một kết quả khác

Câu 14. $C_n^3 = 10$ thì n có giá trị là :

A. 100 B. 20 C. 5 D. 90

Câu 15. $C_{10}^k = 210$ thì giá trị của k là:

A. 4 B. 5 C. 6 D. 3

Câu 16. Kết quả nào sau đây là *sai*?

A. $C_8^3 = A_8^2$ B. $\frac{1}{0!} = 1$ C. $1.0! = 0$ D. $C_{10}^8 = C_{10}^2$

Câu 17. Kết quả nào sau đây là *đúng*?

A. $A_{10}^8 = A_{10}^2$ B. $0! = 0$

C. $A_n^n = P_n$ D. $C_n^n = n, \forall n \in N^*$

Câu 18. $C_n^7 = 120$ thì A_n^7 có giá trị là:

A. 720 B. 10

C. 120 D. Một kết quả khác

Câu 19. Phát biểu nào sau đây là *sai*?

A. Hai tổ hợp khác nhau khi có phần tử khác nhau.

B. Hai chỉnh hợp giống nhau khi có phần tử giống nhau

C. Chỉnh hợp chập n của n phần tử chính là hoán vị của n phần tử

D. Hai điểm A, B phân biệt thì hai vec tơ $\vec{AB}$ và $\vec{BA}$ là hai chỉnh hợp

Câu 20. Có bao nhiêu cách xếp khác nhau cho 5 người ngồi vào một bàn dài?

A. 120 B. 5 C. 20 D. 25

Câu 21. Có bao nhiêu cách xếp khác nhau cho 6 người ngồi vào 4 chỗ trên một bàn dài?

A. 15 B. 720 C. 30 D. 360

Câu 22. Cho 10 điểm, không có 3 điểm nào thẳng hàng. Có bao nhiêu đường thẳng khác nhau tạo bởi 2 trong 10 điểm nói trên?

A. 90 B. 20 C. 45 D. Một số khác

Câu 23. Với giả thiết câu 22, có bao nhiêu vectơ khác nhau tạo bởi 2 trong 10 điểm trên?

A. 90 B.20 C. 45 D. Một số khác

Câu 24. Với đa giác lồi 10 cạnh thì số đường chéo là:

A. 90 B. 45 C. 35 D. Một số khác

Câu 25. Trong biểu thức khai triển của $(1 - x)^6$, hệ số của số hạng chứa x^3 là:

A. –6 B. –20 C. –8 D. 20

Câu 26. Số hạng thứ ba trong biểu thức khai triển của $\left(\frac{x}{2} - \frac{4}{x}\right)^5$ là:

A. –20 B. –20x C. 20x D. –20x

Câu 27. Trên bàn có 8 cây bút chì khác nhau; 6 cây bút bi khác nhau và 10 cuốn tập khác nhau. Một học sinh muốn chọn một đồ vật duy nhất hoặc một cây bút chì hoặc một bút bi hoặc một cuốn tập thì số cách chọn khác nhau là:

A. 480 B. 24 C. 48 D. 60

Câu 28. Với giả thiết câu 27; nếu học sinh muốn chọn đồng thời 1 cây bút chì, 1 bút bi và 1 cuốn tập (tức mỗi vật một thứ). Số cách chọn khác nhau là:

A. 24 B. 48 C. 480 D. 60

Câu 29. Với giả thiết câu 27; có bao nhiêu cách chọn khác nhau nếu học sinh phải chọn 2 đồ vật với 2 loại khác nhau?

A. 480 B. 48 C. 40 D. 188

Câu 30. Một thùng giấy trong đó có 12 hộp đựng bút màu đỏ 18 hộp đựng bút màu xanh. Số cách khác nhau để chọn được 1 hộp đựng bút màu đỏ hoặc màu xanh là:

A. 30 B. 12 C. 18 D. 216

Câu 31. Với giả thiết câu 30, số cách khác nhau để chọn được đồng thời một hộp màu đỏ, một hộp màu xanh là:

A. 30 B. 12 C. 18 D.216

Câu 32. Một đội học sinh giỏi của trường THPT gồm 5 học sinh khối 12, 4 học sinh khối 11, 3 học sinh khối 10.

Số cách chọn 3 học sinh trong đó mỗi khối phải có một em:

A. 12 B. 220

C. 60 D. Một kết quả khác.

Câu 33. Với giả thiết câu 32, số cách chọn 3 học sinh trong đó khối 12 có ít nhất 1 em:

A. 60 B. 120 C. 185 D. 12

Câu 34. Với giả thiết câu 32, số cách chọn 3 học sinh trong đó khối 10 có ít nhất 1 em:

A. 108 B. 135 C. 136 D. 60

Câu 35. Với giả thiết câu 32, số cách chọn 3 học sinh ngẫu nhiên trong đội học sinh giỏi của trường:

A. 12 B. 220

C. 60 D. Một kết quả khác

Câu 36. Cho các chữ số 1, 2, 3, 4, 5, 7, 8. Có bao nhiêu số gồm 3 chữ số khác nhau được từ các chữ số đã cho?

A. 210 B. 343

C. 252 D. Một kết quả khác.

Câu 37. Với giả thiết của câu 36, có bao nhiêu số lẻ gồm 3 chữ số khác nhau được thành lập từ các chữ số đã cho.

A. 210 B. 168 C. 42 D. 120

Câu 38. Với giả thiết của câu 36, có bao nhiêu số chẵn

A. 90 B. 120 C. 60 D. 210

Câu 39. Cho các chữ số 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6. Có bao nhiêu số gồm 3 chữ số khác nhau được thành lập từ các số đã cho.

A. 120 B. 180

C. 249 D. Một kết quả khác.

Câu 40. Với giả thiết của câu 39. Có bao nhiêu số gồm 3 chữ số

A. 294 B. 120

C. 343 D. Một kết quả khác.

Câu 41. Với giả thiết của câu 39. Có bao nhiêu số gồm 3 chữ số khác nhau là số chẵn.

A. 30 B. 75 C. 105 D. 120

Câu 42. Cho các chữ số 0, 1, 2, 3, 4, 5. Có bao nhiêu số gồm 4 chữ số khác nhau được thành lập từ các số trên.

A. 120 B. 300 C. 360 D. 240

Câu 43. Với giả thiết của câu 42. Có bao nhiêu số gồm 4 chữ số được thành lập từ các số đó.

A. 300 B. 1080

C. 1296 D. Một kết quả khác.

Câu 44. Với giả thiết của câu 42. Có bao nhiêu số chẵn gồm 4 chữ số khác nhau được thành lập từ các số đã cho.

A. 156 B. 540 C. 60 D. 96

Câu 45. Với giả thiết của câu 42. Có bao nhiêu số lẻ gồm 4 chữ số khác nhau được thành lập từ các chữ số đã cho.

A. 154 B. 145

C. 144 D. Một kết quả khác.

Câu 46. Một thùng giấy trong đó có 7 hộp đựng bút màu đỏ, 5 hộp đựng bút màu xanh (các hộp bút có kích thước không giống nhau). Có bao nhiêu cách chọn khác nhau để được hai hộp đựng bút có cùng màu đỏ.

A. 21 B. 10 C. 31 D. 12

Câu 47. Với giả thiết của câu 46 có bao nhiêu cách chọn khác nhau để được 2 hộp bút có cùng màu xanh.

A. 21 B. 10 C. 31 D. 12

Câu 48. Với giả thiết của câu 46 có bao nhiêu cách chọn khác nhau để được 4 hộp đựng bút trong đó có hai hộp cùng màu đỏ, hai hộp cùng màu xanh.

A. 31 B. 210 C. 310 D. 495

Câu 49. Từ tỉnh A đến tỉnh B có thể đi bằng 6 phương tiện khác nhau. Hỏi có bao nhiêu cách lựa chọn phương tiện đi lại từ tỉnh A đến tỉnh B rồi trở về A mà không có phương tiện nào đi hai lần.

A. 12 B. 11 C. 30 D. 36

Câu 50. Có bao nhiêu cách xếp khác nhau để 6 người ngồi vào bàn tròn có đánh số phân biệt.

A. 120 B. 60 C. 720 D. 6

Câu 51. Có 3 người mang quốc tịch Anh, 4 người mang quốc tịch Trung Quốc, 5 người mang quốc tịch Việt Nam. Chọn ngẫu nhiên 3 người. Số cách chọn là:

A. 12 B. 60 C. 220 D. 1320

Câu 52. Với giả thiết của câu 51. Số cách chọn 3 người có cùng quốc tịch là:

A. 15 B. 12 C. 60 D. 120

Câu 53. Với giả thiết của câu 51. Số cách chọn 3 người khác quốc tịch là:

A. 12 B. 60 C. 120 D. 1320

Câu 54. Một người họa sĩ có 8 bức tranh khác nhau. Hỏi có bao nhiêu cách sắp xếp các bức tranh này theo một thứ tự nhất định.

A. 360 B. 20160 C. 40320 D. 10620

Câu 55. Ở một vị trí khác của phòng tranh, người họa sĩ muốn sắp xếp 6 bức tranh khác cũng theo một thứ tự nhất định. Hỏi có bao nhiêu cách sắp xếp khác nhau.

A. 36 B. 72 C. 360 D. 720

Câu 56. Có 4 pho tượng khác nhau, muốn sắp xếp các pho tượng lên kệ trang trí. Hỏi có bao nhiêu cách?

A. 36 B. 72 C. 24 D. 720

Câu 57. Số hoán vị Pn = n! = 120 thì n là giá trị nào sau đây:

A. 3 B. 4 C. 5 D. 6

Câu 58. Số hoán vị Pn = n! = 620 thì n là giá trị nào sau đây:

A. 4 B. 5

C. 6 D. Không có giá trị nào của n.

Câu 59. Số hoán vị $P_n = n! = 720$ thì n là giá trị nào sau đây:

A. 3　　B. 4　　C. 5　　D. 6

Câu 60. Nếu $A_n^3 = 24$ thì giá trị của n là:

A. –4　　B. 4　　C. –3　　D. 3

Câu 61. Nếu $A_n^3 = 24$ thì giá trị của P_n là:

A. 12　　B. 24

C. 6　　D. Một giá trị khác.

Câu 62. Nếu $A_n^2 = 6$ thì giá trị của P_n là:

A. 3　　B.2　　C. 6　　D.5

Câu 63. Biết $C_n^2 = 10$ thì giá trị của A_n^2 là:

A. 10　　B. 20　　C. 30　　D. 40

Câu 64. Biết $C_n^3 = 10$ thì giá trị của $A_n^3 = 10$ là:

A. 30　　B. 40　　C.60　　D.120

Câu 65. Đẳng thức nào sau đây đúng:

A. $A_n^k = n.(n-1)...(n-k-1)$　　C. $A_n^k = C_n^k.k!$

B. $A_n^k = A_n^{n-k}$　　D. $A_n^k = C_n^k$

Câu 66. Đẳng thức nào sau đây là sai:

A. $(n+1).n! = (n+1)!$　　C. $(n+1)! + n! = (n+2).n!$

B. $(n+2).n! = (n+2)!$　　D. $1! + 1! = 2!$

2. PHÉP THỬ, BIẾN CỐ VÀ XÁC XUẤT CỦA BIẾN CỐ

Câu 67. Gieo 4 đồng xu có hai mặt S, N. Số phần tử của không gian mẫu là:

A. 4　　B. 8　　C. 12　　D. 16

Câu 68. Một bình đựng 4 bi xanh và 3 bi đỏ. Lấy ra 2 viên bi. Số phần tử của không gian mẫu là:

A. 21　　B. 42　　C. 6　　D. 12

Câu 69. Gieo một lúc hai con **súc sắc, kết** quả có được là số chấm trên mặt súc sắc, không gian **mẫu có** số phần tử là:

A. 6 B. 12 C.36 D. Một số khác

Câu 70. Gieo một con súc sắc và một đồng xu cùng một lúc, không gian mẫu có số phần tử là:

A. 6 B.12 C.8 D. 2

Câu 71. Các khẳng định nào sau đây là sai?

A. $P(A) = 1$ thì A là biến cố chắc chắn

B. $A \cap B = \varnothing$ thì A và B là hai biến cố đối nhau

C. $P(B) = 0$ thì B là biến cố không.

D. A, $\bar{A}$ là hai biến cố đối nhau thì $P(A) + P(\bar{A}) = 1$

Câu 72. Khẳng định nào sau đây là sai?

A. A và B là hai biến cố bất kỳ thì $P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B)$

B. Không gian mẫu là biến cố chắc chắn.

C. Hai biến cố độc lập thì có thể không cùng xảy ra.

D. Hai biến cố đối nhau thì không thể cùng xảy ra.

Câu 73. Gieo đồng thời một con súc sắc và một đồng xu, xác suất để xuất hiện đồng xu có mặt N và súc sắc có số chấm lẻ là:

A. 1/3 B. 1/2 C.1/4 D.1/6

Câu 74. Gieo 3 đồng xu có 2 mặt S, N một cách vô tư. Xác suất để có cả 3 mặt đều N là:

A. 1/4 B.1/8 C.1/2 D. 1/6 B

Câu 75. Với giả thiết câu 74. Xác suất để được cả ba mặt đồng xu có ít nhất 2 đồng có mặt N là:

A.1/4 B.1/8 C.1/2 D. 1/6 C

Câu 76. Với giả thiết của câu 74. Xác suất để được ít nhất một đồng xu có mặt N là:

A.1/4 B. 7/8 C. 1/2 D. 1/6 B

Câu 77. Một túi chứa 6 bi xanh và 4 bi đỏ. Rút ngẫu nhiên 2 bi.

Xác suất để được cả 2 bi đều đỏ là:

A. 2/15 B.7/15 C. 8/15 D. 7/45 A

Câu 78. Với giả thiết câu 77. Xác suất để rút cả 2 bi có ít nhất một bi đỏ là:

A. 1/15 B.7/15 C. 2/3 D. 7/45

Câu 79. Với giả thiết câu 77. Xác suất để rút được đúng một bi đỏ là:

A. 8/15 B. 7/15 C. 2/3 D. 7/45

Câu 80. Với giả thiết câu 77. Xác suất để không có bi đỏ nào là:

A. 1/15 B.7/15 C. 8/15 D. 1/3

Câu 81. Với túi chứa 7 bi xanh và 3 bi đỏ. Lần lượt rút 2 bi. Xác suất để được bi đỏ lần nhất và bi xanh lần hai là:

A. 1/15 B. 7/15 C. 6/15 D. 7/30

Câu 82. Với giả thiết câu 81. Xác suất để được bi xanh lần nhất và bi đỏ lần hai là:

A. 1/15 B. 7/15 C. 6/15 D. 21/90

Câu 83. Gieo hai con xúc xắc, một trắng một đen. Xác xuất để có đúng một mặt năm chấm là:

A. 1/18 B. 1/36 C. 1/6 D. 5/18

Câu 84. Với giả thiết câu 83. Xác suất để số chấm ở hai mặt bằng nhau là:

A. 1/2 B.1/6 C. 5/36 D. 1/8

Câu 85. Với giả thiết câu 83. Xác suất để tổng số chấm ở cả hai mặt bằng 8 là:

A. 1/2 B. 1/6 C. 5/36 D. 1/4

Câu 86. Với giả thiết câu 83. Xác suất để số chấm ở mặt xúc xắ trắng nhỏ hơn số chấm trên mặt xúc xắc đen là:

A. 5/12 B. 15/36 C. 21/36 D. 1/18

Câu 87. Với giả thiết câu 83. Xác suất để xuất hiện hoặc một mặt có năm chấm hoặc số chấm hai mặt bằng nhau là:

A. 5/12 B.4/9 C. 1/6 D. 1/18

Câu 88. Với giả thiết câu 83, xác suất để xuất hiện số chấm ở mộ mặt là sáu chấm và có tổng số chấm hai mặt bằng 8 là:

A. 1/6 B. 1/4 C. 1/18 D. 7/18

Câu 89. Với giả thiết câu 83, xác suất để xuất hiện số chấm ở mộ mặt là 6 và số chấm ở xúc xắc trắng nhỏ hơn số chấm ở xúc xắ đen là:

A. 1/6 B. 1/4 C. 1/8 D. 5/36

Câu 90. Cho $P(A) = 1/3$, $P(B) = x$ và $P(A \cup B) = 1/2$ Giá trị của x để A và B độc lập là:

A. 1/5 B. 1/6 C. 2/7 D. 1/4

Câu 91. Với giả thiết câu 90. Giá trị của x để A và B xung khắc là:

A. 1/7 B. 1/6 C. 1/5 D. 1/4

Câu 92. Cho hai biến cố A và B với $P(A) = 0{,}6.P(B) = 0{,}4$. Nếu A và B xung khắc thì xác suất $P(A \cup B)$ là:

A. 0 B. 0,2 C. 1 D. 1/4

Câu 93. Cho hai biến cố A, B với $P(A) = 3/8$, $P(B) = 1/5$, $P(A \cup B) = 3/10$. Xác suất để hai biến cố A và B đồng thời xảy ra là giá trị nào sau đây:

A. 11/40 B. [illegible]/3 C. 11/30 D. 15/30

Câu 94. Với giả thiêt 93. Xác suất để biến cố B xảy ra với điều kiện A đã xảy ra là:

A. 7/10 B. 33/320 C. 2/5 D. 11/15

Câu 95. Với giả thiết câu 93. Gọi $\bar{A}$, $\bar{B}$ lần lượt là hai biến cố đối của A và B, xác suất để hoặc $\bar{A}$ hoặc $\bar{B}$ xuất hiện là:

A. 4/15 B. 29/40 C. 15/40 D. 11/15

Câu 96. Với giả thiết câu 93. Xác suất để $\bar{A}$ và $\bar{B}$ đồng thời xảy ra là:

A. 7/10 B. 1/10

C. 1/4 D. Một kết quả khác

Câu 97. Với giả thiết câu 93. Khẳng định nào dưới đây là Đúng?

A. A và B là hai biến cố độc lập B. $P(A/B) = P(A)$

C. $P(\overline{A \cup B}) = P(\bar{A} \cup \bar{B})$ D. Các kết quả A, B, C đều sai

Câu 98. Một xạ thủ bắn vào một bia liên tiếp bốn lần. Gọi X là số lần bắn trúng bia.

Kỳ vọng của biến ngẫu nhiên X là:

A. 1 B. 2 C. 3 D. Một số khác

Câu 99. Phương sai của biến ngẫu nhiên X là:

A. 1 B. 2 C. 3 D. Một số khác

Câu 100. Độ lệch chuẩn của biến ngẫu nhiên X là:

A. 1 B. 2 C. 3 D. Một số khác

Chương 3. DÃY SỐ – CẤP SỐ CỘNG CẤP SỐ NHÂN

§1. DÃY SỐ

A/ KIẾN THỨC CƠ BẢN

I. Định nghĩa

Hàm số $U: N^* \to R$

$n \mapsto U(n) = U_n$ là dãy số vô hạn

Kí hiệu dãy số (U_n); U_n: số hạng tổng quát của dãy số.

Hàm số $U: M \to R$

$M = \{1,2,3,\ldots,m\}$ là dãy hữu hạn.

II. Cách cho một dãy số

1. Dãy số cho bằng công thức của số hạng tổng quát $U_n = f(n)$

2. Dãy số cho bằng phương pháp mô tả.

Cho một mệnh đề mô tả cách xác định các số hạng liên tiếp của dãy số.

3. Dãy số cho bằng công thức truy hồi

$$\begin{cases} U_1 = a \\ U_n = f(U_{n-1}) \text{ với } n \geq 2 \end{cases}$$ hoặc

$$\begin{cases} U_1 = a;\ U_2 = b. \\ U_n = f(U_{n-1};\ U_{n-2}) \text{ với } n \geq 3 \end{cases}$$

III. Dãy số tăng; dãy số giảm; dãy số bị chặn

- Dãy số (U_n) được gọi là dãy tăng nếu $U_{n+1} > U_n$ với mọi $n \in N^*$.
- Dãy số (U_n) được gọi là dãy giảm nếu $U_{n+1} < U_n$ với mọi $n \in N^*$.
- Dãy số bị chặn:
- Dãy số (U_n) được gọi là bị chặn trên nếu tồn tại số M sao cho: $U_n \leq M\ \forall n \in N^*$.

  Dãy số (U_n) được gọi là bị chặn dưới nếu tồn tại số m sao cho: $U_n \geq m\ \forall n \in N^*$.

B/ BÀI TẬP TRẮC NGHIỆM

Câu 1. Cho dãy số (u_n) với $u_n = \frac{-n}{n+1}$

Khẳng định nào dưới đây là đúng?

A. 5 số hạng đầu của dãy là: $\frac{-1}{2}; \frac{-2}{3}; \frac{-3}{4}; \frac{-5}{5}; \frac{-5}{6}$

B. 5 số hạng đầu của dãy là: $\frac{-1}{2}; \frac{-2}{3}; \frac{-3}{4}; \frac{-4}{5}; \frac{-5}{6}$

C. Là dãy số tăng.

D. Bi chặn trên bởi số 1

Câu 2. Cho dãy số (u_n) với $u_n = \frac{1}{n^2+n}$

Khẳng định nào dưới đây là sai?

A. 5 số hạng đầu của dãy là: $\frac{1}{2}; \frac{1}{6}; \frac{1}{12}; \frac{1}{20}; \frac{1}{30}$

B. Là dãy số giảm.

C. Bị chặn trên bởi số $M = \frac{1}{2}$

D. Không bị chặn.

Câu 3. Cho dãy số (u_n) với $u_n = \frac{-1}{n}$

Khẳng định nào dưới đây là sai?

A. 5 số hạng đầu của dãy là: $-1; \frac{-1}{2}; \frac{-1}{3}; \frac{-1}{4}; \frac{-1}{5}$

B. Bị chặn trên bởi số $M = -1$.

C. Bị chặn trên bởi số $M = 0$

D. Là dãy số giảm và bị chặn dưới bởi số $m = -1$

Câu 4. Cho dãy số (u_n) với $u_n = a.3^n$ (a: hằng số)

Khẳng định nào dưới đây là sai?

A. Dãy số có $u_{n+1} = a.3^{n+1}$

B. Hiệu số: $u_{n+1} - u_n = 3a$

C. Với $a > 0$ thì dãy số tăng

D. Với $a < 0$ thì dãy số giảm.

Câu 5. Cho dãy số (u_n) với $u_n = \frac{a-1}{n^2}$

Khẳng định nào dưới đây là đúng?

A. Dãy số có $u_{n+1} = \frac{a-1}{n^2+1}$

B. Dãy số có $u_{n+1} = \frac{a-1}{(n+1)^2}$

C. Là dãy số giảm.

D. Là dãy số tăng.

Câu 6. Cho dãy số (u_n) với $u_n = \dfrac{a-1}{n^2}$ (a:hằng số)

Khẳng định nào sau đây là sai?

A. $u_{n+1} = \dfrac{a-1}{(n+1)^2}$

B. Hiệu $u_{n+1} - u_n = (1-a).\dfrac{2n+1}{(n+1)^2.n^2}$

C. Hiệu $u_{n+1} - u_n = (a-1).\dfrac{2n+1}{(n+1)^2.n^2}$

D. Dãy số tăng khi $a < 1$

Câu 7. Cho dãy số (u_n) với $u_n = \dfrac{an^2}{n+1}$ (a:hằng số). u_{n+1} là số hạng nào sau đây?

A. $u_{n+1} = \dfrac{a.(n+1)^2}{n+2}$ B. $u_{n+1} = \dfrac{a.(n+1)^2}{n+1}$

C. $u_{n+1} = \dfrac{an^2+1}{n+1}$ D. $u_{n+1} = \dfrac{an^2}{n+2}$

Câu 8. Cho dãy số (u_n) với $u_n = \dfrac{an^2}{n+1}$ (a: hằng số).Kết quả nào sau đây là sai?

A. $u_{n+1} = \dfrac{a.(n+1)^2}{n+2}$ B. $u_{n+1} - u_n = \dfrac{a(n^2+3n+1)}{(n+2)(x+1)}$

C. Là dãy số luôn tăng với mọi a. D. Là dãy số tăng với $a > 0$.

Câu 9. Cho dãy số có các số hạng đầu là:

5, 5.2, 5.3, 5.4, 5.5,...

Số hạng tổng quát của số hạng này là

A. $u_n = 5(n+1)$ B. $u_n = 5.n$ C. $u_n = 5^n$ D. $u_n = 5.n + 1$

Câu 10. Cho dãy số có các số hạng đầu là:

8, 15, 22, 29, 36, ...

Số hạng tổng quát của số hạng này là

A. $u_n = 7n + 7$ B. $u_n = 7n$ C. $u_n = 7n + 1$

D. u_n: không viết được dưới dạng công thức.

Câu 11. Cho dãy số có các số hạng đầu là:

$$0, \frac{1}{2}, \frac{2}{3}, \frac{3}{4}, \frac{4}{5} ...$$

Số hạng tổng quát của số hạng này là

A. $u_n = \frac{n+1}{n}$ B. $u_n = \frac{n}{n+1}$ C. $u_n = \frac{n-1}{n}$ D. $u_n = \frac{n-n}{2}$

Câu 12. Cho dãy số có các số hạng đầu là:

0,1; 0,01; 0,001; 0,0001; ...

Số hạng tổng quát của số hạng này có dạng:

A. $u_n = \underbrace{0,00..01}_{\text{n chữ số 0}}$ B. $u_n = \underbrace{0,00..01}_{\text{(n - 1)chữ số 0}}$

C. $u_n = \frac{1}{10^{n-1}}$ D. $u_n = \frac{1}{10^{n+1}}$

Câu 13. Cho dãy số có các số hạng đầu là:

$-1, 1, -1, 1, -1, ...$

Số hạng tổng quát của số hạng này có dạng:

A. $u_n = 1$ B. $u_n = -1$ C. $u_n = (-1)^n$ D. $u_n = (-1)^{n+1}$

Câu 14. Cho dãy số có các số hạng đầu là:

$-2; 0; 2; 4; 6...$

Số hạng tổng quát của số hạng này có dạng:

A. $u_n = -2n$ B. $u_n = (-2) + n$

C. $u_n = (-2)(n + 1)$ D. $u_n = (-2) + 2(n - 1)$

Câu 15. Cho dãy số có các số hạng đầu là:

$$\frac{1}{3}; \frac{1}{3^2}; \frac{1}{3^3}; \frac{1}{3^4}; \frac{1}{3^5}; ...$$

Dãy số này có số hạng tổng quát là

A. $u_n = \frac{1}{3}\frac{1}{3^{n+1}}$ B. $u_n = \frac{1}{3^{n+1}}$ C. $u_n = \frac{1}{3^n}$ D. $u_n = \frac{1}{3^{n-1}}$

Câu 16. Cho dãy số (u_n) với $u_n = \frac{k}{3^n}$ (k: hằng số)

Khẳng định nào sau đây là sai?

A. Số hạng thứ 5 của dãy: $\frac{k}{3^5}$ B. Số hạng thứ n của dãy: $\frac{k}{3^{n+1}}$

C. Là dãy số giảm khi $k > 0$ D. Là dãy số tăng khi $k > 0$

Câu 17. Cho dãy số (u_n) với $u_n = \frac{(-1)^{n+1}}{n+1}$

Khẳng định nào sau đây là sai?

A. Số hạng thứ 9 của dãy: $\frac{1}{10}$ B. Số hạng thứ 10 của dãy: $\frac{1}{11}$

C. Đây là một dãy số giảm. D. Bị chặn trên bởi số $M = 1$

Câu 18. Cho dãy số (u_n) có $u_n = \sqrt{n-1}$ với $n \in N^*$.

Khẳng định nào sau đây là sai?

A. 5 số hạng đầu của dãy là: 0, 1, $\sqrt{2}$, $\sqrt{3}$, $\sqrt{5}$

B. Số hạng $u_{n+1} = \sqrt{n}$

C. Là dãy số tăng

D. Bị chặn dưới bởi số 0

Câu 19. Cho dãy số (u_n) có $u_n = -n^2 + n + 1$

Khẳng định nào sau đây là đúng?

A. 5 số hạng đầu của dãy là: 1, 1, –5, –11, –19

B. Số hạng $u_{n+1} = -n^2 + n + 2$

C. Hiệu $u_{n+1} - u_n = 1$

D. Là dãy số giảm.

Câu 20. Cho dãy số (u_n) với $\begin{cases} u_1 = 5 \\ u_{n+1} = u_n + n \end{cases}$

Số hạng tổng quát u_n của dãy số là biểu thức nào dưới đây?

A. $u_n = \frac{(n-1)n}{2}$ B. $u_n = 5 + \frac{(n-1)n}{2}$

C. $u_n = 5 + \frac{n(n+1)}{2}$ D. $u_n = 5 + \frac{(n+1)(n+2)}{2}$

Câu 21. Cho dãy số (u_n) với $\begin{cases} u_1 = 1 \\ u_{n+1} = u_n + (-1)^{2n} \end{cases}$

Số hạng tổng quát U_n của dãy số là biểu thức nào dưới đây?

A. $u_n = 1 + n$ B. $u_n = 1 - n$ C. $u_n = 1 + (-1)^{2n}$ D. $u_n = n$

Câu 22. Cho dãy số (U_n) với $\begin{cases} u_1 = 1 \\ u_{n+1} = u_n + (-1)^{2n+1} \end{cases}$

Số hạng tổng quát U_n của dãy số là biểu thức nào dưới đây?

A. $u_n = 2 - n$ B. u_n không xác định

C. $u_n = 1 - n$ D. $u_n = -n$ với mọi n

Câu 23. Cho dãy số (U_n) với $\begin{cases} u_1 = 1 \\ u_{n+1} = u_n + n^2 \end{cases}$

Số hạng tổng quát U_n của dãy số là biểu thức nào dưới đây?

A. $u_n = 1 + \dfrac{n(n+1)(2n+1)}{6}$　　B. $u_n = 1 + \dfrac{(n-1)n(2n+2)}{6}$

C. $u_n = 1 + \dfrac{(n-1)n(2n-1)}{6}$　　D. Một kết quả khác.

Câu 24. Cho dãy số u_n với $\begin{cases} u_1 = 2 \\ u_{n+1} - u_n = 2n - 1 \end{cases}$

Số hạng tổng quát của dãy số là biểu thức nào dưới đây:

A. $u_n = 2 + (n-1)^2$　　B. $u_n = 2 + n^2$

C. $u_n = 2 + (n+1)^2$　　D. Một kết quả khác

Câu 25. Cho dãy số (u_n) với $\begin{cases} u_1 = -2 \\ u_{n+1} = -2 - \dfrac{1}{u_n} \end{cases}$

Khẳng định nào sau đây là đúng?

A. Công thức số hạng tổng quát của dãy số này: $u_n = \dfrac{-n+1}{n}$

B. Công thức số hạng tổng quát của dãy số này: $u_n = \dfrac{n+1}{n}$

C. Công thức số hạng tổng quát của dãy số này: $u_n = -\dfrac{n+1}{n}$

D. Công thức số hạng tổng quát của dãy số này: $u_n = -\dfrac{n}{n+1}$

Câu 26. Cho dãy số với $\begin{cases} u_1 = \dfrac{1}{2} \\ u_{n+1} = u_n - 2 \end{cases}$

Khẳng định nào sau đây là đúng?

A. Công thức số hạng tổng quát của dãy số: $u_1 = \dfrac{1}{2} + 2(n-1)$

B. Công thức số hạng tổng quát của dãy số: $u_n = \dfrac{1}{2} - 2(n-1)$

C. Công thức số hạng tổng quát của dãy số: $u_n = \frac{1}{2} - 2n$

D. Công thức số hạng tổng quát của dãy số: $u_n = \frac{1}{2} + 2n$

Câu 27. Cho dãy số với $\begin{cases} u_1 = -1 \\ u_{n+1} = \dfrac{u_n}{2} \end{cases}$

Khẳng định nào sau đây là đúng?

A. Công thức số hạng tổng quát của dãy số: $u_n = (-1).\left(\frac{1}{2}\right)^n$

B. Công thức số hạng tổng quát của dãy số: $u_n = (-1).\left(\frac{1}{2}\right)^{n+1}$

C. Công thức số hạng tổng quát của dãy số: $u_n = \left(\frac{1}{2}\right)^{n-1}$

D. Công thức số hạng tổng quát của dãy số: $u_n = (-1).\left(\frac{1}{2}\right)^{n-1}$

Câu 28. Cho dãy số với $\begin{cases} u_1 = 2 \\ u_{n+1} = 2.u_n \end{cases}$

Khẳng định nào sau đây là đúng?

A. Công thức số hạng tổng quát của dãy số: $u_n = n^{n-1}$

B. Công thức số hạng tổng quát của dãy số: $u_n = 2^n$

C. Công thức số hạng tổng quát của dãy số: $u_n = 2^{n+1}$

D. Công thức số hạng tổng quát của dãy số: $u_n = 2$

Câu 29. Cho dãy số với $\begin{cases} u_1 = \dfrac{1}{2} \\ u_{n+1} = 2u_n \end{cases}$

Khẳng định nào sau đây là đúng?

A. Công thức số hạng tổng quát của dãy số: $u_n = -2^{n-1}$

B. Công thức số hạng tổng quát của dãy số: $u_n = -\frac{1}{2^{n-1}}$

C. Công thức số hạng tổng quát của dãy số: $u_n = \frac{-1}{2^n}$

D. Công thức số hạng tổng quát của dãy số: $u_n = -2^{n-2}$

Câu 30. Cho dãy số (u_n) có $u_n = \dfrac{-1}{n^2+1}$

Khẳng định nào sau đây là sai?

A. $u_{n+1} = \dfrac{-1}{(n+1)^2+1}$ B. $u_n > u_{n+1}$

C. Đây là một dãy tăng D. Bị chặn dưới.

Câu 31. Cho dãy số (u_n) với $u_n = \sin\dfrac{\pi}{n}$

Khẳng định nào sau đây là sai?

A. Số hạng thứ n + 1 của dãy: $u_{n+1} = \sin\dfrac{\pi}{n+1}$

B. Dãy số bị chặn

C. Là dãy số tăng

D. Dãy số không tăng, không giảm.

§2. CẤP SỐ CỘNG

A/ KIẾN THỨC CƠ BẢN

1. $u_n \Leftrightarrow u_{n+1} = u_n + d$ ***với*** $n \in N^*$

$d = u_{n+1} - u_n$ là công sai của cấp số cộng

2. Số hạng tổng quát

$$u_n = u_1 + (n-1)d \ (n \geq 2)$$

$$d = \frac{u_n - u_1}{n-1}$$

3. Tính chất

$$u_k = \frac{u_{k-1} + u_{k+1}}{2} \ (k \geq 2)$$

$$\Leftrightarrow 2u_k = u_{k-1} + u_{k+1}$$

4. Tổng n số hạng đầu

$$s_n = \frac{n(u_1 + u_n)}{2} \ (n \in N^*)$$

$$s_n = \frac{n[2u_1 + (n-1)d]}{2}$$

B/ BÀI TẬP TRẮC NGHIỆM

Câu 32. Khẳng định nào sau đây là sai?

A. Dãy số: $-\frac{1}{2}, 0, \frac{1}{2}, 1, \frac{3}{2}, \ldots$ là cấp số cộng $\begin{cases} u_1 = -\frac{1}{2} \\ d = \frac{1}{2} \end{cases}$

B. Dãy số: $\frac{1}{2}, \frac{1}{2^2}, \frac{1}{2^3}, \ldots$ là cấp số cộng: $\begin{cases} u_1 = \frac{1}{2} \\ d = \frac{1}{2}; n = 3 \end{cases}$

C. Dãy số: $-2, -2, -2, -2, \ldots$ là cấp số cộng: $\begin{cases} u_1 = -2 \\ d = 0 \end{cases}$

D. Dãy số: 0,1; 0,01; 0,001; 0,0001; ... không phải là cấp số cộng.

Câu 33. Khẳng định nào sau đây là sai?

A. Dãy số: $1, \frac{1}{2}, \frac{1}{3}, \frac{1}{4}, \frac{1}{5}, \ldots$ là cấp số cộng $\begin{cases} u_1 = 1 \\ d = \frac{-1}{n(n+1)} \end{cases}$

B. Dãy số: $1, 0, -1, -2, -1, \ldots$ là cấp số cộng $\begin{cases} u_1 = 1 \\ d = -1 \end{cases}$

C. Dãy số: 0,1; 0,2; 0,3; 0,4 là cấp số cộng $\begin{cases} u_1 = 0,1 \\ d = 0,1 \\ n = 4 \end{cases}$

D. Dãy số: 3, 9, 27, 81, ... không phải là cấp số cộng

Câu 34. Cho ÷ có $u_1 = \frac{-1}{2}$; $d = \frac{1}{2}$. Chọn kết quả đúng

A. Dạng khai triển: $-\frac{1}{2}, 0, 1, \frac{1}{2}, 1, \ldots$

B. Dạng khai triển: $-\frac{1}{2}, 0, \frac{1}{2}, 0, \frac{1}{2}, \ldots$

C. Dạng khai triển: $\frac{1}{2}, 1, \frac{3}{2}, 2; \frac{5}{2}, \ldots$

D. Dạng khai triển: $-\frac{1}{2}, 0, \frac{1}{2}, 1; \frac{3}{2} \ldots$

Câu 35. Cho ÷ có $u_1 = -3$; $u_6 = 27$. Tìm d

A. $d = 5$ B. $d = 7$ C. $d = 6$ D. $d = 8$

Câu 36. Cho ÷ có $u_1 = \frac{1}{3}$, $u_8 = 26$.Tìm d

A. $d = \frac{11}{3}$ B. $d = \frac{3}{11}$

C. $d = \frac{10}{3}$ D. Một kết quả khác.

Câu 37. Cho ÷ (u_n) có: $u_1 = -0{,}1$; $d = 0{,}1$

Khẳng định nào sau đây là đúng?

A. Số hạng thứ 7 của cấp số này là: 1,6

B. Số hạng thứ 7 của cấp số này là: 6

C. Số hạng thứ 7 của cấp số này là: 0,5

D. Số hạng thứ 7 của cấp số này là: 0,6

Câu 38. Cho ÷ (u_n) có: $u_1 = -0{,}1$; $d = 1$

Khẳng định nào sau đây là đúng?

A. 0,6 là số hạng thứ 7 của cấp số này

B. 0,5 là số hạng thứ 6 của cấp số này

C. 0,6; 0,5 đều không phải là các số hạng của cấp số này

D. Số hạng thứ 4 của cấp số này là 3,9

Câu 39. Cho ÷ (u_n) có: $u_1 = 0{,}3$; $u_8 = 8$.

Khẳng định nào sau đây là sai:

A. Số hạng thứ 2 của cấp số này là: 1,4

B. Số hạng thứ 3 của cấp số này là: 2,5

C. Số hạng thứ 4 của cấp số này là: 3,6

D. Số hạng thứ 7 của cấp số này là: 7,7

Câu 40. Viết 3 số xen giữa các số 2 và 22 để được ÷ có 5 số hạng

A. 7, 12,17 B. 6, 10, 14

C. 8, 13, 18 D. Một kết quả khác

Câu 41. Viết 4 số hạng xen giữa các số $\frac{1}{3}$ và $\frac{16}{3}$ để được ÷ có 6 số hạng

A. $\frac{4}{3}, \frac{5}{3}, \frac{6}{3}, \frac{7}{3}$ B. $\frac{4}{3}, \frac{7}{3}, \frac{11}{3}, \frac{14}{3}$

C. $\frac{4}{3}, \frac{7}{3}, \frac{10}{3}, \frac{13}{3}$ D. $\frac{3}{4}, \frac{7}{4}, \frac{11}{4}, \frac{15}{4}$

Câu 42. Cho dãy số (u_n) với: $u_n = 7 - 2n$

Khẳng định nào sau đây là sai?

A. 3 số hạng đầu của dãy: $u_1 = 5$, $u_2 = 3$, $u_3 = 1$

B. Số hạng thứ n + 1: $u_{n+1} = 8 - 2n$

C. Là cấp số cộng có $d = -2$

D. Số hạng thứ 4: $u_4 = -1$

Câu 43. Cho dãy số (u_n) với $u_n = \frac{1}{2}n + 1$

Khẳng định nào sau đây là đúng?

A. Dãy số này không phải là cấp số cộng

B. Số hạng thứ n + 1: $u_{n+1} = \frac{1}{2}n$

C. Hiệu: $u_{n+1} - u_n = \frac{1}{2}$

D. Tổng của 5 số hạng đầu tiên là: $s_5 = 12$

Câu 44. Cho dãy số (u_n) với $u_n = 2n + 5$

Khẳng định nào sau đây là sai?

A. Là cấp số cộng, có $d = -2$

B. Là cấp số cộng, có $d = 2$

C. Số hạng thứ n + 1: $u_{n+1} = 2n + 7$

D. Tổng 4 số hạng đầu: $s_4 = 40$

Câu 45. Cho ÷ có: $u_1 = -3$; $d = \frac{1}{2}$

Khẳng định nào sau đây là đúng?

A. $u_n = -3 + \frac{1}{2}(n + 1)$ B. $u_n = -3 + \frac{1}{2}n - 1$

C. $u_n = -3 + (n - 1)\frac{1}{2}$ D. $s_n = n(-3 + \frac{1}{4}(n - 1))$

Câu 46. Cho ÷ có: $u_1 = \frac{1}{4}$; $d = -\frac{1}{4}$

Khẳng định nào sau đây là đúng?

A. $s_5 = \frac{5}{4}$ B. $s_5 = \frac{4}{5}$ C. $s_5 = -\frac{5}{4}$ D. $s_5 = -\frac{4}{5}$

Câu 47. Cho ÷ có: $d = -2$; $s_8 = 72$. Tính $u_1 = ?$

A. $u_1 = 16$ B. $u_1 = -16$ C. $u_1 = \frac{1}{16}$ D. $u_1 = -\frac{1}{16}$

Câu 48. Cho ÷ có $d = 0,1$; $s_5 = -0,5$; Tìm $u_1 = ?$

A. $u_1 = 0,3$ B. $u_1 = \frac{10}{3}$ C. $u_1 = -\frac{10}{3}$ D. $u_1 = -0,3$

Câu 49. Cho ÷ có $u_1 = -1$; $d = 2$; $S_n = 483$. Tìm số các số hạng của cấp số cộng?

A. n = 20 B. n = 21 C. n = 22 D. n = 23

Câu 50. Cho ÷ có $u_1 = \sqrt{2}$; $d = \sqrt{2}$; $s = 8\sqrt{2}$

Khẳng định nào sau đây là đúng?

A. S là tổng của 5 số hạng đầu của cấp số cộng

B. S là tổng của 6 số hạng đầu của cấp số cộng

C. S là tổng của 7 số hạng đầu của S

D. Một kết quả khác

Câu 51. Công thức nào sau đây là đúng với cấp số cộng có số hạng đầu u_1, công sai d?

A. $u_n = u_n + d$ C. $u_n = u_1 - (n - 1)d$

B. $u_n = u_1 + (n + 1)d$ D. $u_n = u_1 + (n - 1)d$

Câu 52. Cho ÷ có $U1 = \sqrt{2}$; $d = -\sqrt{2}$; $S = 8\sqrt{2}$

Khẳng định nào sau đây là đúng?

A. S là tổng của 2 số hạng đầu tiên của cấp số.

B. S là tổng của 3 số hạng đầu tiên của cấp số.

C. S là tổng của 4 số hạng đầu tiên của cấp số.

D. S không là tổng của các số hạng đầu nào của cấp số.

Câu 53. Xác định x để 3 số: $1 - x$, x^2, $1 + x$ lập thành cấp số cộng.

A. Không có giá trị nào của x.

B. $x = \pm 2$

C. $x = \pm 1$

D. $x = 0$

Câu 54. Xác định x để 3 số: $1 + 2x$, $2x^2 - 1$, $-2x$ lập thành cấp số cộng.

A. $x = \pm\sqrt{3}$ B. $x = \pm\frac{\sqrt{3}}{2}$ C. $x = \pm\frac{\sqrt{3}}{4}$

D. Không có giá trị nào của x.

Câu 55. Xác định a để 3 số: $1 + 3a$, $a^2 + 5$, $1 - a$ lập thành cấp số cộng.

A. Không có giá trị nào của a B. $a = 0$

C. $a = \pm 1$ D. $a = \pm\sqrt{2}$

Câu 56. Cho a, b, c lập thành cấp số cộng, đẳng thức nào sau đây là đúng?

A. $a^2 + c^2 = 2ab + 2bc$ B. $a^2 - c^2 = 2ab - 2bc$

C. $a^2 + c^2 = 2ab - 2bc$ D. $a^2 - c^2 = ab - bc$

Câu 57. Cho a, b, c lập thành cấp số cộng, đẳng thức nào sau đây là đúng?

A. $a^2 + c^2 = 2ab + 2bc + 2ac$ B. $a^2 - c^2 = 2ab + 2bc - 2ac$

C. $a^2 + c^2 = 2ab + 2bc - 2ac$ D. $a^2 - c^2 = 2ab - 2bc + 2ac$

Câu 58. Cho a, b, c lập thành cấp số cộng, 3 số nào dưới đây cũng lập thành cấp số cộng?

A. $2b^2, a^2, c^2$ B. $-2b, -2a, -2c$

C. $2b, a, c$ D. $2b, -a, -c$

Câu 59. Cho ÷ (U_n); có $U_4 = -12$; $U_{14} = 18$. Tìm U_1, d của cấp số cộng.

A. $U_1 = -20$; $d = -3$ B. $U_1 = -22$; $d = 3$

C. $U_1 = -21$; $d = 3$ D. $U_1 = -21$; $d = -3$

Câu 60. Cho ÷ (U_n) có $U_4 = -12$; $U_{14} = 18$. Tìm tổng của 16 số hạng đầu tiên của cấp số cộng.

A. $S = 24$ B. $S = -24$ C. $S = 26$ D. $S = -26$

Câu 61. Cho ÷ (U_n) có $U_5 = -15$; $U_{20} = 60$. Tìm U_1; d của cấp số cộng.

A. $U_1 = -35$; $d = -5$ B. $U_1 = -35$; $d = 5$

C. $U_1 = 35$; $d = -5$ D. $U_1 = 35$; $d = 5$

Câu 62. Cho ÷ (U_n) có $U_5 = -15$, $U_{20} = 60$. Tìm tổng của 20 số hạng đầu tiên của cấp số cộng.

A. $S_{20} = 200$ B. $S_{20} = -200$ C. $S_{20} = 250$ D. $S_{20} = -25$

Câu 63. Cho cấp số cộng ÷ (U_n); có $U_2 + U_3 = 20$; $U_5 + U_7 = -29$. Tìm U_1, d.

A. $U_1 = 20$; $d = -7$ B. $U_1 = 20.5$; $d = 7$

C. $U_1 = 20,5$; $d = -7$ D. $U_1 = -20,5$; $d = -7$

Câu 64. Cho cấp số cộng: −2, −5, −8, −11, −14,...

Tìm d và tổng của 20 số hạng đầu tiên.

A. $d = 3$; $S_{20} = 510$ B. $d = -3$; $S_{20} = -610$

C. $d = -3$; $S_{20} = 610$ D. Một kết quả khác

Câu 65. Cho tam giác ABC biết 3 góc của tam giác lập thành một cấp số cộng và có một góc bằng 25^0. Tìm 2 góc còn lại.

A. Nếu $A = 25^0$ thì $B = 65^0$ và $C = 90^0$

B. Nếu $A = 25^0$ thì $B = 75^0$ và $C = 80^0$

C. Nếu $A = 25^0$ thì $B = 60^0$ và $C = 95^0$

D. Nếu $A = 25^0$ thì $B = 60^0$ và $C = 90^0$

Câu 66. Cho tứ giác ABCD; biết 4 góc của tứ giác lập thành cấp số cộng và $A = 30^0$; tính các góc còn lại.

A. $A = 30^0$; $B = 75^0$; $C = 120^0$; $D = 165^0$

B. $A = 30^0$; $B = 72^0$; $C = 114^0$; $D = 156^0$

C. $A = 30^0$; $B = 70^0$; $C = 110^0$; $D = 150^0$

D. Một kết quả khác.

Câu 67. Cho dãy số: $\frac{1}{2}, -\frac{1}{2}, -\frac{3}{2}, -\frac{5}{2}...$

Khẳng định nào sau đây là sai?

A. Là một cấp số cộng.

B. có $d = -1$

C. số hạng thứ 20: $U_{20} = 19,5$

D. Tổng 20 số hạng đầu tiên là −180

Câu 68. Cho dãy số (U_n) có $U_n = \frac{2n-1}{3}$

Khẳng định nào sau đây là đúng?

A. Dãy số là một cấp số cộng có $U_1 = \frac{1}{3}$; $d = -\frac{2}{3}$

B. Dãy số là một cấp số cộng có $U_1 = \frac{1}{3}$; $d = \frac{2}{3}$

C. Dãy số không phải là cấp số cộng

D. Là dãy số giảm và bị chặn.

Câu 69. Cho dãy số (U_n) có $U_n = \frac{1}{n+1}$

Khẳng định nào sau đây là sai?

A. Là cấp số cộng có $U_1 = \frac{1}{2}$; $U_{n+1} = \frac{1}{n+2}$

B. Là một dãy số giảm dần.

C. Là một cấp số cộng.

D. Bị chặn trên bởi số $m = \frac{1}{2}$

Câu 70. Cho dãy số (U_n) có $U_n = \frac{2n^2 - 1}{3}$

Khẳng định nào sau đây là sai?

A. Đây là một cấp số cộng có $U_1 = \frac{1}{3}$; $d = \frac{2}{3}$

B. Số hạng thứ n + 1: $U_{n+1} = \frac{(2n+1)^2 - 1}{3}$

C. Hiệu: $U_{n+1} - U_n = \frac{2(2n+1)}{3}$

D. Không phải là một cấp số cộng.

§3. CẤP SỐ NHÂN

A/ KIẾN THỨC CƠ BẢN

(U_n) là cấp số nhân $\Leftrightarrow U_{n+1} = U_n.q$ $(n \in N^*)$

$q = \frac{U_{n+1}}{U_n}$ là công bội của cấp số nhân

Với cấp số nhân (U_n) ta có:

- Số hạng tổng quát: $U_n = U_1.q^{n-1}$
- Tính chất trung bình nhân: $U_k^2 = U_{k-1}.U_{k+1}$ $(k > 2)$
- Tổng n số hạng đầu tiên:

$$S_n = \frac{U_1(q^n - 1)}{q - 1} \quad (q \neq 1)$$

Đặc biệt: $q = 1 \Rightarrow S_n = n.U_1$

B/ BÀI TẬP TRẮC NGHIỆM

Câu 71. Cho dãy số: $-1, 1, -1, 1, -1, \ldots$

Khẳng định nào sau đây là đúng?

A. Dãy số này không phải là cấp số nhân.

B. Số hạng tổng quát: $U_n = 1^n = 1$

C. Dãy số này là cấp số nhân có $\begin{cases} U_1 = -1 \\ q = -1 \end{cases}$

D. Số hạng tổng quát: $U_n = (-1)^{2n}$

Câu 72. Cho dãy số: $1, \frac{1}{2}, \frac{1}{4}, \frac{1}{8}, \frac{1}{16}, \ldots$

Khẳng định nào sau đây là sai?

A. Dãy số này là một cấp số nhân có $\begin{cases} U_1 = 1 \\ q = \frac{1}{2} \end{cases}$

B. Số hạng tổng quát: $U_n = \frac{1}{2^{n-1}}$

C. Số hạng tổng quát: $U_n = \frac{1}{2^n}$

D. Là dãy số giảm

Câu 73. Cho dãy số: $-1, \frac{1}{3}, \frac{-1}{9}, \frac{1}{27}, \frac{-1}{81}$

Khẳng định nào sau đây là sai?

A. Dãy số không phải là một cấp số nhân.

B. Dãy số này là một cấp số nhân có $\begin{cases} U_1 = -1 \\ q = -\frac{1}{3} \end{cases}$

C. Số hạng tổng quát: $U_n = (-1)^n . \frac{1}{3^{n-1}}$

D. Là dãy số không tăng, không giảm.

Câu 74. Cho dãy số: $-1, -1, -1, -1, -1, \ldots$

Khẳng định nào sau đây là đúng?

A. Dãy số này không là cấp số nhân.

B. Là một cấp số nhân có $U_1 = -1$; $q = 1$

C. Số hạng tổng quát: $U_n = (-1)^n$

D. Là dãy số giảm.

Câu 75. Cho cấp số nhân (U_n) với $U_1 = \frac{1}{2}$; $U_7 = -32$. Tìm q, chọn kết quả đúng?

A. $q = \pm\frac{1}{2}$ B. $q = \pm 2$

C. $q = \pm 4$ D. Một kết quả khác

Câu 76. Cho cấp số nhân (U_n) với $U_1 = -2$; $q = -5$. Viết 3 số hạng tiếp theo và số hạng tổng quát U_n. Chọn kết quả đúng?

A. 10, 50, −250 và $(-2).(-5)^{n-1}$

B. 10, −50, 250 và $U_n = 2.5^{n-1}$

C. 10, −50, 250 và $(-2).5^n$

D. 10, −50, 250 và $U_n = (-2).(-5)^{n-1}$

Câu 77. Cho cấp số nhân (U_n) với $U_1 = 4$; $q = -4$. Viết 3 số hạng tiếp theo và số hạng tổng quát U_n. Chọn kết quả đúng.

A. −16; 64; −256 và $U_n = -(-4)^n$ B. −16; 64; −256 và $U_n = (-4)^n$

C. −16; 64; −256 và $U_n = 4(-4)^n$ D. −16; 64; −256 và$U_n = 4^n$

Câu 78. Cho cấp số nhân (U_n) với $U_1 = -1$; $U_6 = 0{,}00001$

Tìm q và U_n. Chọn kết quả đúng?

A. $q = \frac{1}{10}$; $U_n = \frac{-1}{10^{n-1}}$ B. $q = \frac{-1}{10}$; $U_n = -10^{n-1}$

C. $q = \frac{-1}{10}$; $U_n = \frac{1}{10^{n-1}}$ D. $q = \frac{-1}{10}$; $U_n = \frac{(-1)^n}{10^{n-1}}$

Câu 79. Cho cấp số nhân (U_n) với $U_1 = -1$; $q = \frac{-1}{10}$

Số $\frac{1}{10^{103}}$ là số hạng thứ mấy? Chọn kết quả đúng?

A. Số hạng thứ 103

B. Số hạng thứ 104

C. Số hạng thứ 103

D. Không phải là một số hạng của cấp số.

Câu 80. Cho cấp số nhân (U_n) với $U_1 = 3$; $q = -2$. Số 192 là số hạng thứ mấy của cấp số? Chọn kết quả đúng?

A. Số hạng thứ 5

B. Số hạng thứ 6

C. Số hạng thứ 7

D. Không phải là một số hạng của cấp số.

Câu 81. Cho cấp số nhân (U_n) với $U_1 = 3$; $q = \frac{-1}{2}$. Số 222 là số hạng thứ mấy của cấp số. Chọn kết quả đúng?

A. Số hạng thứ 11

B. Số hạng thứ 12

C. Không phải là một số hạng của cấp số.

D. Số hạng thứ 9.

Câu 82. Cho dãy số: $\frac{-1}{\sqrt{2}}$; $\sqrt{b}$; $\sqrt{2}$. Chọn b để ba số lập thành cấp số nhân.

A. $b = -1$ B. $b = 1$

C. $b = 2$ D. Không có giá trị nào của b.

Câu 83. Cho cấp số nhân: $-\frac{1}{5}$; a; $-\frac{1}{125}$. Chọn kết quả đúng?

A. $a = \pm\frac{1}{\sqrt{5}}$ B. $a = \pm\frac{1}{25}$

C. $a = \pm\frac{1}{5}$ D. Một kế quả khác.

Câu 84. Cho dãy số: -1; x; 0,64. Chọn x để 3 số lập thành cấp số nhân.

A. Không có giá trị nào của x. B. $x = -0{,}008$

C. $x = 0{,}008$ D. Một kết quả khác.

Câu 85. Hãy chọn cấp số nhân trong các dãy số sau:

A. $\begin{cases} U_1 = \frac{1}{\sqrt{2}} \\ U_{n+1} = U_n^2 \end{cases}$ B. $\begin{cases} U_1 = \frac{1}{\sqrt{2}} \\ U_{n+1} = -\sqrt{2}.U_n \end{cases}$

C. $U_n = n^2 + 1$ D. $\begin{cases} U_1 = 1; U_2 = \sqrt{2} \\ U_{n+1} = U_{n-1}.U_n \end{cases}$

Câu 86. Hãy chọn cấp số nhân trong các dãy số định bởi:

A. $U_n = \frac{1}{4^n} - 1$ B. $U_n = \frac{1}{4^{n-2}}$

C. $U_n = n^2 + \frac{1}{4}$ D. $U_n = n^2 - \frac{1}{4}$

Câu 87. Chọn mệnh đề đúng trong các mệnh đề dưới đây. Cấp số nhân với

A. $U_n = (\frac{-1}{4})^n$ là cấp số tăng　　B. $U_n = (\frac{1}{4})^n$ là cấp số tăng

C. $U_n = 4^n$ là cấp số tăng　　D. $U_n = (-4)^n$ là cấp số tăng

Câu 88. Chọn mệnh đề đúng trong các mệnh đề dưới đây. Cấp số nhân với

A. $U_n = \frac{1}{10^n}$ là dãy số giảm　　B. $U_n = \frac{3}{10^n}$ là dãy số giảm

C. $U_n = 10^n$ là dãy số giảm　　D. $U_n = (-10)^n$ là dãy số giảm

Câu 89. Chọn mệnh đề đúng trong các mệnh đề dưới đây.

A. Cấp số nhân: $-2; -2.3; -2.9; \ldots$ có $U_6 = (-2)(\frac{-1}{3})^5$

B. Cấp số nhân: $2, -6, 18, \ldots$ có $U_6 = 2(-3)^6$

C. Cấp số nhân: $-1, -\sqrt{2}, -2, \ldots$ có $U_6 = -2\sqrt{2}$

D. Cấp số nhân: $-1, -\sqrt{2}, -2, \ldots$ có $U_6 = -4\sqrt{2}$

Câu 90. Cho cấp số nhân: (U_n). Chọn hệ thức đúng trong cac hệ thức dưới đây (q: công sai).

A. $U_k = \sqrt{U_{k+1}.U_{k+2}}$ $(k \geq 2)$　　B. $U_k = \frac{U_{k-1} + U_{k+1}}{2}$

C. $U_k = U_1.q^{k-1}$　　D. $U_k = U_1 + (k - 1).q$

Câu 91. Cho dãy số: $\begin{cases} U_1 = -2 \\ U_{n+1} = \frac{-1}{10}.U_n \end{cases}$ Chọn hệ thức đúng.

A. Là cấp số nhân, có $q = \frac{1}{10}$　　B. $U_n = (-2).\frac{1}{10^{n-1}}$

C. $U_n = \frac{U_{n-1} + U_{n+1}}{2}$ $(n \geq 2)$　　D. $U_n = \sqrt{U_{n-1}.U_{n+1}}$ $(n \geq 2)$

Câu 92. Xác định x để 3 số: $2x - 1, x, 2x + 1$ lập thành một cấp số nhân.

A. $x = \pm\frac{1}{3}$　　B. $x = \pm\sqrt{3}$　　C. $x = \pm\frac{1}{\sqrt{3}}$

D. Không có giá trị nào của x

Câu 93. Xác định x để 3 số: $x - 2$, $x + 1$, $3 - x$ lập thành một cấp số nhân.

A. Không có giá trị nào của x. B. $x = \pm 1$

C. $x = 2$ D. $x = -3$

Câu 94. Cho dãy số (U_n): $1, x, x^2, x^3, x^4, \ldots$ (với $x \in R$, $x \neq 1$, $x \neq 0$)

Chọn mệnh đề đúng.

A. Là cấp số nhân, có $U_n = x^n$.

B. Là cấp số nhân, có $U_1 = 1$; $q = x$

C. Không phải là một cấp số nhân.

D. là một dãy số tăng.

Câu 95. Cho dãy số (U_n): $x, -x^3, x^5, -x^7, \ldots$ (với $x \in R$, $x \neq 1$, $x \neq 0$))

Chọn mệnh đề sai.

A. Là dãy số không tăng,không giảm.

B. Là cấp số nhân, có $U_n = (-1)^{n-1+}.x^{2n-1}$

C. Có tổng $S_n = \dfrac{x(1 - x^{2n-1})}{1 - x^2}$

D. Là cấp số nhân có $U_1 = x$, $q = -x^2$

Câu 96. Chọn cấp số nhân trong các dãy số sau:

A. 1; 0,2; 0,04; 0,0008; ... B. 2; 22; 222; 2222; ...

C. x; 2x; 3x; 4x; ... D. $1;\ -x^2; x^4; -x^6; \ldots$

Câu 97. Cho cấp số nhân, có $U_1 = 3$; $q = \dfrac{2}{3}$

Chọn kết quả đúng.

A. 4 số hạng tiếp theo của cấp số: $2; \dfrac{4}{3}; \dfrac{8}{3}; \dfrac{16}{3}; \ldots$

B. $U_n = 3.(\dfrac{2}{3})^{n-1}$

C. $S_n = 9.((\dfrac{2}{3})^n - 1)$

D. Là một dãy số tăng dần.

Câu 98. Cho cấp số nhân, có $U_1 = -3$; $q = \dfrac{2}{3}$. Tính U_5.

Chọn kết quả đúng.

A. $U_5 = \dfrac{-27}{16}$ B. $U_5 = \dfrac{-16}{27}$

C. $U_5 = \dfrac{16}{27}$ D. Một kết quả khác.

Cây 99. Cho cấp số nhân, có $U_1 = -3; q = \frac{2}{3}$. Số $\frac{96}{243}$ là số hạng thứ mấy của cấp số này.

A. Thứ 5 B. Thứ 6 C. Thứ 7

D. không là một số hạng nào của cấp số

Câu 100. Cho cấp số nhân có $U_2 = \frac{1}{4}$; $U_5 = 16$. Tìm q và U_1

Chọn kết quả đúng.

A. $q = \frac{1}{2}; U_1 = \frac{1}{2}$ B. $q = -\frac{1}{2}; U_1 = -\frac{1}{2}$

C. $a = 4; U_1 = \frac{1}{16}$ D. $q = -4; U_1 = -\frac{1}{16}$

Chương 4. GIỚI HẠN VÀ LIÊN TỤC

§1. GIỚI HẠN DÃY SỐ

A/ KIẾN THỨC CƠ BẢN

1. *Giới hạn hữu hạn*

$\lim\limits_{n\to+\infty} u_n = 0 \Leftrightarrow |u_n|$ có thể nhỏ hơn một số dương bất kỳ kể từ một số hạng nào đó trở đi.

$\lim\limits_{n\to+\infty} v_n = a \Leftrightarrow \lim\limits_{n\to+\infty} (v_n - a) = 0$

2. *Giới hạn ra vô tận*

* $\lim\limits_{n\to+\infty} u_n = +\infty \Leftrightarrow$ Có thể lớn hơn một số dương bất kì kể từ một số hạng nào đó trở đi

* $\lim\limits_{n\to+\infty} = -\infty \Leftrightarrow \lim\limits_{n\to+\infty} (-u_n) = +\infty$

3. *Các giới hạn đặc biệt:*

* $\lim\limits_{n\to+\infty} \dfrac{1}{n} = 0$

* $\lim\limits_{n\to+\infty} \dfrac{1}{\sqrt{n}} = 0$

* nếu $|q| < 1$ thì $\lim\limits_{n\to+\infty} q^n = 0$

* $\lim\limits_{n\to+\infty} q^n = +\infty$ nếu $q > 1$

* $\lim\limits_{n\to+\infty} C = C$ (c: hằng số)

* $\lim\limits_{n\to+\infty} \sqrt{n} = +\infty$

* $\lim\limits_{n\to+\infty} n^k = +\infty$ $(k \in Z^+)$

4. *Các định lý về giới hạn hữu hạn:*

a) Định lý 1: $\lim\limits_{n\to+\infty} u_n = a$; $\lim\limits_{n\to+\infty} v_n = b$

$+ \lim\limits_{n\to+\infty} (u_n + v_n) = a + b$; $\lim\limits_{n\to+\infty} (u_n - v_n) = -b$

$+ \lim\limits_{n\to+\infty} (u_n.v_n) = a.b$

$+ \lim\limits_{n\to+\infty} \dfrac{u_n}{v_n} = \dfrac{a}{b}$. $(b \neq 0)$

$+ \lim\limits_{n\to+\infty} \sqrt{u_n} = \sqrt{a}$ $(u_n \geq \forall n \in N^*)$

b) Định lý 2:

3 dãy số u_n, v_n, w_n thỏa

$$\begin{cases} u_n < w_n < v_n, \forall n \in N^* \\ \lim\limits_{n \to +\infty} u_n = \lim\limits_{n \to +\infty} v_n = a \end{cases}$$

Thì $\lim\limits_{n \to +\infty} w_n = a$

c) Định ý 3:

Với mọi dãy tăng, bị chặn đều có giới hạn

Với mọi dãy giảm, bị chặn đều có giới hạn

5. *Định lý về giới hạn ra ±∞*

a) Nếu $\lim\limits_{n \to +\infty} u_n = a$ và $\lim\limits_{n \to +\infty} v_n = \pm\infty$ thì $\lim\limits_{n \to +\infty} \dfrac{u_n}{v_n} = 0$

b) Nếu $\lim\limits_{n \to +\infty} u_n = a > 0$; $\lim\limits_{n \to +\infty} v_n = 0$ và $v_n > 0$ $\forall n \in N^*$

thì $\lim\limits_{n \to +\infty} \dfrac{u_n}{v_n} = +\infty$

c) Nếu $\lim\limits_{n \to +\infty} u_n = +\infty$ và $\lim\limits_{n \to +\infty} v_n = a > 0$ thì $\lim\limits_{n \to +\infty} (u_n.v_n) = +\infty$

6. *Cấp số nhân lùi vô hạn:*

Cấp số nhân (u_n) vô hạn với $|q| < 1$ gọi là cấp số nhân lùi vô hạn

$$S = u_1 + u_2 + \ldots + u_n + \ldots = \frac{u_1}{1 - q}$$

7. *Số e:*

$$\lim_{n \to +\infty} \left(1 + \frac{1}{n}\right)^n = e;\ e \approx 2,718$$

B/ BÀI TẬP TRẮC NGHIỆM

Câu 1. Cho dãy số (u_n) với $u_n = \dfrac{1}{2n}$; chọn số dương $M = \dfrac{1}{100}$ để $\dfrac{1}{2n} < \dfrac{1}{100}$ thì phải kể từ số hạng thứ bao nhiêu trở đi?

A. Thứ 51 B. Thứ 49 C. thứ 48 D. Thứ 50

Câu 2. Cho dãy (u_n) với $u_n = \dfrac{1}{2n + 1}$. Chọn số dương $M = \dfrac{1}{1000}$ để $\dfrac{1}{2n + 1} < \dfrac{1}{1000}$ thì phải kể từ số hạng thứ bao nhiêu trở đi?

A. thứ 498 B. thứ 499 C. thứ 500 D. thứ 501

Câu 3. Cho dãy số (u_n) với $u_n = \frac{1}{2^n}$. Chọn số dương $M = \frac{1}{2^{10}}$ để $\frac{1}{2^n} < \frac{1}{2^{10}}$ thì phải kể từ số hạng thứ bao nhiêu trở đi?

A. Thứ $2^{10} - 1$ B. Thứ 2^{10} C. Thứ $2^{10} + 1$ D. Thứ $\frac{1}{2^{10}} + 1$

Câu 4. Cho dãy (u_n) với $u_n = 2^n$. Cho $M = \frac{1}{2^{10}}$, để $2^n < \frac{1}{10}$ thì phải kể từ số hạng thứ mấy trở đi?

A. Không có số hạng nào thỏa mãn

B. Thứ $\frac{1}{2^{10} + 1}$

C. Thứ $\frac{1}{2^{10}} + 1$

D. Thứ $2^{10} + 1$

Câu 5. Chọn mệnh đề đúng trong các mệnh đề dưới đây

A. $\lim 10^{-n} \neq 0$ B. $\lim\left(\frac{4}{3}\right)^n = 0$

C. $\lim\left(\frac{3}{4}\right)^n = \lim\left(\frac{2}{3}\right)^n = 0$ D. $\lim\left(\frac{3}{2}\right)^n = 0$

Câu 6. Chọn kết quả đúng trong các kết quả sau: $\lim\frac{1 + \sqrt{n}}{n}$ bằng

A. 1 B. 0 C. 2 D. $+\infty$

Câu 7. Chọn kết quả đúng trong các kết quả sau $\lim\frac{1 + n}{\sqrt{n}}$ bằng:

A. 1 B. 0 C. 2 D. $+\infty$

Câu 8. Chọn kết quả đúng trong các kết quả sau: $\lim\frac{3^n + 2^n}{4^n}$ bằng

A. 0 B. $\frac{5}{4}$ C. $+\infty$ D. $\frac{3}{4}$

Câu 9. Chọn kết quả đúng trong các kết quả sau: $\lim\frac{-n^2 + 2n - 3}{n^2}$ bằng

A. 1 B. $-\infty$ C. -1 D. 0

Câu 10. Chọn kết quả đúng trong các kết quả sau $\lim \dfrac{\frac{1}{3}\sqrt{n}+2n}{3n}$ bằng

A. $-\dfrac{1}{9}$ B. $\dfrac{2}{3}$

C. $-\infty$ D. Một kết quả khác

Câu 11. Chọn kết quả đúng trong các kết quả sau $\lim \dfrac{1-3n^2}{4-n^2}$ bằng

A. -3 B. $\dfrac{1}{4}$ C. $-\dfrac{1}{4}$ D. 3

Câu 12. Chọn kết quả đúng trong các kết quả sau $\lim(\sqrt{n}-\sqrt{n+1})$ bằng

A. Không có giới hạn khi n → +∞ B. -1

C. 0 D. Một kết quả khác

Câu 13. Chọn mệnh đề đúng trong các mệnh đề dưới đây

A. $\lim\sin\dfrac{\pi}{n} = 1$ B. $\lim\sin\dfrac{\pi}{n} = -1$

C. $\lim\sin\dfrac{\pi}{n} = 0$ D. Không có giới hạn khi n → +∞

Câu 14. Chọn mệnh đề đúng trong các mệnh đề dưới đây:

A. $\lim\dfrac{\sin\frac{\pi}{n}}{n}$ không có giới hạn khi n → +∞

B. $\lim\dfrac{\sin\frac{\pi}{n}}{n} = 1$

C. $\lim\dfrac{\sin\frac{\pi}{n}}{n} = 0$

D. Cả ba kết quả trên đều sai.

Câu 15. Chọn mệnh đề đúng trong các mệnh đề dưới đây:

A. $\lim\left(\dfrac{1}{3^n}-\dfrac{1}{4^n}\right) = \dfrac{1}{12}$ B. $\lim\left[\left(\dfrac{7}{3}\right)^n + \sin\dfrac{1}{n}\right] = +\infty$

C. $\lim\left[\left(\dfrac{3}{7}\right)^n + 3^n\right] = 0$ D. Cả ba kết quả trên đều sai

Câu 16. Chọn mệnh đề đúng trong các mệnh đề dưới đây:

A. $\lim \sqrt{\frac{3n - 5}{n^n}} = 0$ B. $\lim \sqrt{\frac{3n - 5}{n^n}} = 3$

C. $\lim \sqrt{\frac{3n - 5}{n^n}} = +\infty$ D. $\lim \sqrt{\frac{3n - 5}{n^n}} = \sqrt{3}$

Câu 17. Chọn kết quả đúng trong các kết quả dưới đây:

A. $\lim \sqrt{\frac{2n - 7}{n}} = +\infty$ B. $\lim \sqrt{\frac{2}{n}} = \sqrt{2}$

C. $\lim \sqrt{\frac{2n^2}{n + 1}} = \sqrt{2}$ D. $\lim \sqrt{\frac{n - 7}{2n}} = \frac{\sqrt{2}}{2}$

Câu 18. Chọn mệnh đề đúng trong các mệnh đề dưới đây:

A. $\lim \cos \frac{2\pi}{n} = 0$ B. $\lim \cos \frac{2\pi}{n} = 1$ C. $\lim \cos \frac{2\pi}{n} = -1$

D. $\lim \cos \frac{2\pi}{n}$ không có giới hạn khi $n \to +\infty$

Câu 19. Chọn mệnh đề đúng trong các mệnh đề dưới đây?

A. $\lim n^2 \cos \frac{2\pi}{n} = +\infty$ B. $\lim \frac{\cos \frac{\pi}{n}}{n^2} = +\infty$

C. $\lim \frac{\cos \frac{\pi}{n}}{n^2 + 2} = \frac{1}{2}$ D. Cả ba kết quả trên đều sai

Câu 20. Chọn kết quả đúng trong các kết quả dưới đây $\lim \sqrt{\frac{7 - 2n}{4n + 5}}$ bằng

A. $\sqrt{\frac{1}{2}}$ B. $-\infty$

C. Không có giới hạn khi $n \to +\infty$ D. 0

Câu 21. Kết quả nào sau đây là đúng?

A. Cấp số nhân lùi vô hạn (u_n) có công bội q thì tổng $S = \frac{u}{1 - q}$

B. Cấp số nhân lùi vô hạn (u_n) có $u_1 = 4$; $q = 4/3$ thì $S = \frac{4}{1 - \frac{4}{3}} = -12$

C. Cấp số nhân (u_n) lùi vô hạn có $u_1 = 15$, $S = 60$ thì công bội $q = \frac{3}{4}$.

D. Cấp số nhân (u_n) lùi vô hạn có $u_1 = -4$; $q = -5/4$ thì có tổng mọi số hạng là $S = \frac{-4}{1 + \frac{5}{4}} = -16/9$

Câu 22. Cho cấp số nhân (u_n) lùi vô hạn có $u_1 = 50$; $S = 100$. Năm số hạng đầu của cấp số này là kết quả nào sau đây?

A. 50; 25; 12.5; 6.5; 3.25 B. 50; 25.5; 12.5; 6.25; 3.125

C. 50; 25; 12.5; 6.25; 3.125 D. 50; 25; 12.25; 6.125; 3.0625

Câu 23. Cho cấp số nhân (u_n) lùi vô hạn, có $u_1 = -1$; $q = x$ với $|x| < 1$. Tìm tổng S và 3 số hạng đầu của cấp số này. Chọn kết quả đúng.

A. $S = \frac{-1}{1+x}$ và $-1; x; -x^2$. B. $S = \frac{-1}{1-x}$ và $1; x; x^2$

C. $S = \frac{-1}{1-x}$ và $-1; -x; -x^2$ D. $S = \frac{1}{1+x}$ và $-1; x; -x^2$

Câu 24. Cho cấp số nhân (u_n) lùi vô hạn, có $u_1 = -x$; $q = x^2$ với $|x| < 1$. Tìm tổng S và 3 số hạng đầu của cấp số này. Chọn kết quả đúng.

A. $S = \frac{-x}{1-x^2}$; $-x; x^3; -x^5$ B. $S = \frac{x}{1-x^2}$; $x; -x^3; -x^4$

C. $S = \frac{-x}{1+x^2}$; $-x; -x^3; -x^5$ D. $S = \frac{-x}{1-x^2}$; $-x; -x^3; -x^5$.

Câu 25. Kết quả nào sau đây là đúng?

A. $\lim \frac{5n+1}{1-5n} = -5$ B. $\lim \frac{5n+1}{1-5n} = -1$

C. $\lim \sqrt{2+n^2} = \sqrt{2}$ D. $\lim \sqrt{n^2-2} = \sqrt{-2}$

Câu 26. Kết quả nào sau đây là sai?

A. $\lim \frac{-n}{3(n+1)} = \frac{-1}{3}$ B. $\lim \frac{1}{(2n-1)(2n+1)} = \frac{1}{4}$

C. $\lim \frac{1}{(2n-1)(1+2n+1)} = 0$ D. $\lim \frac{3^{2n+1}}{5^{2n+2}} = 0$

Câu 27. Kết quả nào sau đây là sai?

A. $\lim \frac{\sqrt{n}+1}{\sqrt{n}+1} = 1$ B. $\lim \frac{\sqrt{n}+1}{\sqrt{n}-1} = -1$

C. $\lim((\sqrt{n^2+n} - n) = \frac{1}{2}$ D. $\lim(\sqrt{n^2-n} - n) = -\frac{1}{2}$

Câu 28. Tìm tổng của cấp số nhân vô hạn sau $5, \sqrt{5}, 1, \frac{1}{\sqrt{5}}, \ldots$ Chọn kết quả đúng.

A. $S = \frac{5\sqrt{5}}{1-\sqrt{5}}$ B. $S = \frac{5\sqrt{5}}{\sqrt{5}-1}$

C. $S = \frac{1-\sqrt{5}}{5\sqrt{5}}$ D. $S = \frac{5\sqrt{5}}{\sqrt{5}+1}$

Câu 29. Tìm tổng của cấp số nhân vô hạn sau –3, 0.3, –0.03, 0.003,... Chọn kết quả đúng.

A. $S = -2\frac{8}{11}$ B. $S = \frac{30}{11}$ C. $S = \frac{-11}{30}$ D. $S = -2\frac{9}{11}$

Câu 30. Chọn kết quả đúng trong các kết quả sau:

A. Dãy số có $u_n = \frac{\sin 2n}{5n}$ có $\frac{\sin 2n}{5n} \geq \frac{1}{5n}$

B. Dãy số có $u_n = \frac{\sin 2n}{5n-1}$ có $\frac{-1}{5n-1} \leq \frac{\sin 2n}{5n-1} \leq \frac{1}{5n}$

C. Dãy số có $u_n = \frac{\cos 3n}{5n+1}$ là dãy giảm và bị chặn

D. Dãy số có $u_n = \frac{\cos 3n}{5n+1}$ là dãy tăng và bị chặn

§2. GIỚI HẠN CỦA HÀM SỐ

A/ KIẾN THỨC CƠ BẢN

1. Các định nghĩa giới hạn hữu hạn.

Định nghĩa

$\lim\limits_{x \to x_0} f(x) = L$

TXĐ: K (K \{x_0}); $x_0 \in K$

Dãy số (x_n) bất kỳ $\in$ K \{x_0} và $x_n \to x_0$

Ta có: $\lim\limits_{n \to +\infty} f(x) = L$

$\lim\limits_{x \to x_0} f(x) = L$

TXĐ: (a, b); $x_0 \in (a, b)$

Dãy số (x_n) bất kỳ: $x_0 < x_n < b$ và $x_n \to x_0$

Ta có: $\lim\limits_{n \to +\infty} f(x) = L$

$\lim\limits_{x \to x_0} f(x) = L$ TXĐ: (a, b); $x_0 \in (a, b)$

Dãy số (x_n) bất kỳ: $a < x_n < x_0$

Ta có: $\lim\limits_{n \to +\infty} f(x) = L$

$\lim\limits_{x \to +\infty} f(x) = L$ TXĐ: $(a, +\infty)$

(x_n) bất kỳ: $x_n < a$ và $x_n \to +\infty$

$\lim\limits_{n \to +\infty} f(x) = L$

$\lim\limits_{x \to -\infty} f(x) = L$ TXĐ: $(-\infty, a)$

(x_n) bất kỳ: $x_n < a$ và $x_n \to -\infty$

$\lim\limits_{n \to +\infty} f(x) = L$

2. *Định nghĩa giới hạn: $\pm\infty$*

$\lim\limits_{x \to x_0} f(x) = +\infty \Leftrightarrow (x_n)$ bất kỳ, $x_n \in K \setminus \{x_0\}$ và $x_n \to x_0$, ta có $\lim\limits_{n \to +\infty} f(x) = -\infty$

$\lim\limits_{n \to +\infty} f(x) = -\infty \Leftrightarrow (x_n)$ bất kỳ, $x_n > a$ và $x_n \to +\infty$

Ta có $\lim\limits_{n \to +\infty} f(x) = -\infty$

Chú ý: $\lim f(x) = +\infty \Leftrightarrow \lim[-(f(x))] = -\infty$

3. *Các giới hạn đặc biệt*

$\lim\limits_{x \to x_0} x = x_0$; $\lim\limits_{x \to x_0} c = c$ (c: hằng số)

$\lim\limits_{x \to +\infty} c = c$; $\lim\limits_{x \to +\infty} \dfrac{c}{x} = 0$

$\lim\limits_{x \to +\infty} \sqrt{x} = +\infty$; $\lim\limits_{x \to +\infty} x^k = +\infty$ (k: nguyên dương)

$\lim\limits_{x \to -\infty} x^k = -\infty$(k: số lẻ)

$\lim\limits_{x \to -\infty} x^k = +\infty$ (k: số chẵn)

B/ BÀI TẬP TRẮC NGHIỆM

Câu 31. Cho hàm số $f(x) = \dfrac{x+1}{x-1}$. Chọn dãy số nào trong các dãy sau để có $\lim\limits_{x \to +\infty} f(x_n) = -1$ với $x_n \to 0$

A. Dãy số (x_n); $x_n = \left(\dfrac{5}{4}\right)^n$

B. Dãy số (x_n); $x_n = \left(\dfrac{1}{2}\right)^n$

C. Dãy số (x_n); $x_n = 2^n$

D. Dãy số (x_n); $x_n = n$

Câu 32. Cho hàm số $f(x) = \frac{-2x}{x+1}$. Chọn dãy số nào trong các dãy sau để có $\lim\limits_{x \to +\infty} f(x_n) = -1$ với $x_n \to 1$

A. Dãy số (x_n); $x_n = 1$ B. Dãy số (x_n); $x_n = (-1)^n$

C. Dãy số (x_n); $x_n = \frac{1}{n}$ D. Dãy số (x_n); $x_n = \left(\frac{3}{2}\right)^n$

Câu 33. Cho hàm số $f(x) = \sqrt{x+5}$. Chọn dãy số nào trong các dãy sau để có với $\lim\limits_{n \to +\infty} f(x_n) = +\infty$ với $x_n \to +\infty$

A. Dãy số (x_n); $x_n = \frac{1}{n}$ B. Dãy số (x_n); $x_n = n$

C. Dãy số (x_n); $x_n = -n$ D. Dãy số (x_n); $x_n = 5^{-n}$

Câu 34. Cho hàm số $f(x) = \sqrt{2-x}$. Chọn dãy số nào trong các dãy sau để có $\lim\limits_{n \to +\infty} f(x_n)$ không tồn tại giới hạn với $x_n \to +\infty$

A. (x_n); $x_n = -n$ B. (x_n); $x_n = \frac{1}{n}$

C. (x_n); $x_n = n$ D. (x_n); $x_n = -2n$

Câu 35. Chọn kết quả đúng dưới đây?

A. $\lim\limits_{x \to 1} \frac{x+1}{x-1} = 1$ B. $\lim\limits_{x \to -1} \frac{x+1}{x-1} = 0$

C. $\lim\limits_{x \to 2} \frac{x+1}{x-1} = -3$ D. $\lim\limits_{x \to -2} \frac{x+1}{x-1} = \frac{-1}{3}$

Câu 36. Chọn kết quả đúng dưới đây?

A. $\lim\limits_{x \to \frac{1}{2}} \sqrt{2x-1} = \sqrt{-2}$ B. $\lim\limits_{x \to \frac{1}{2}} \sqrt{2x-1} = 0$

C. $\lim\limits_{x \to -\infty} \sqrt{2x-1} = +\infty$ D. $\lim\limits_{x \to +\infty} \sqrt{2x-1} = -\infty$

Câu 37. Cho hàm số $f(x) = \frac{2x^2 - x - 1}{x-1}$. Chọn dãy số (x_n) bất kỳ với $x_n \to 1$ thì $\lim\limits_{n \to +\infty} f(x_n)$ bằng

A. $\frac{3}{2}$ B. 0 C. 4 D. $+\infty$

Câu 38. Cho hàm số $f(x) = \frac{x^3 + 1}{x + 1}$ Chọn dãy số (x_n) bất kỳ với $x_n \to -1$ thì $\lim\limits_{n \to +\infty} f(x_n)$ bằng

A. 0 B. $+\infty$ C. -3 **D.** $+3$

Câu 39. Cho hàm số $f(x) = \frac{x^2 - 3x + 2}{x - 1}$. Chọn dãy số (x_n) bất kỳ với $x_n \to 2$ thì $\lim\limits_{n \to +\infty} f(x_n)$ bằng

A. 0
B. 1
C. $\frac{1}{3}$
D. Cả A, B, C, đều sai

Câu 40. Cho hàm số $f(x) = \sqrt{x} - 4$ Chọn dãy số (x_n) bất kỳ với $x_n \to 4$ thì $\lim f(x_n)$ bằng

A. 0
B. -2
C. 2
D. Một kết quả khác

Câu 41. Cho hàm số $f(x) = -x^2 + 7$. Chọn dãy số (x_n) bất kỳ với $x_n \to -\infty$ thì $\lim\limits_{n \to +\infty} f(x_n)$ bằng

A. $+\infty$
B. $-\infty$
C. 0
D. Cả A, B, C, đều sai

Câu 42. Cho hàm số $f(x) = \sqrt{4 - x^3}$. Chọn dãy số (x_n) bất kỳ với $x_n \to -\infty$ thì $\lim\limits_{n \to +\infty} f(x_n)$ bằng

A. $-\infty$
B. 4
C. $+\infty$
D. Cả A, B, C, đều sai

Câu 43. Cho hàm số $f(x) = \frac{2x^2}{\sqrt{2} - x^2}$. Chọn dãy số (x_n) bất kỳ với $x_n \to -\infty$ thì $\lim\limits_{n \to +\infty} f(x_n)$ bằng

A. $\frac{2}{\sqrt{2}}$
B. 2
C. -2
D. Một kết quả khác

Câu 44. Cho hàm số $f(x) = \frac{-10}{1 - x^2}$ Chọn dãy số (x_n) bất kỳ với $x_n \to -\infty$ thì $\lim\limits_{n \to +\infty} f(x_n)$ bằng

A. -10 B. 10 C. $+\infty$ **D.** 0

Câu 45. Cho hàm số $f(x) = x^2 \sin\frac{1}{x}$. Kết quả nào sau đây là đúng?

A. $0 \le x^2 \sin\frac{1}{x} \le x^2$ B. $\lim\limits_{x \to 0} x^2 \sin\frac{1}{x} = 0$

C. $\lim\limits_{x \to 0} x^2 \sin\frac{1}{x} = +\infty$ D. $\lim\limits_{x \to 0} x^2 \sin\frac{1}{x} = 1$

Câu 46. Cho hàm số $f(x) = \frac{|x|}{2x}$. Kết quả nào dưới đây là đúng?

A. $\lim\limits_{x \to 0^+} \frac{|x|}{2x} = +\infty$ B. $\lim\limits_{x \to 0^+} \frac{|x|}{2x} = \frac{1}{2}$

C. $\lim\limits_{x \to 0} \frac{|x|}{2x} = -\infty$ D. $\lim\limits_{x \to 0} \frac{|x|}{2x} = \frac{1}{2}$

Câu 47. Cho hàm số $f(x) = \frac{\cos \pi x}{\pi(1 + x)}$. Chọn kết quả đúng

A. $\lim\limits_{x \to 1} \frac{\cos \pi x}{\pi(1 + x)} = -\frac{1}{2}$ B. $\lim\limits_{x \to 1} \frac{\cos \pi x}{\pi(1 + x)} = -\frac{1}{2\pi}$

C. $\lim\limits_{x \to 1} \frac{\cos \pi x}{\pi(1 + x)} = \frac{1}{2\pi}$ D. $\lim\limits_{x \to 1} \frac{\cos \pi x}{\pi(1 + x)} = \frac{1}{2}$

Câu 48. Cho hàm số $fx = \begin{cases} 2x - 1 & x \ge 0 \\ 2 & x<0 \end{cases}$. Kết quả nào sau đây là đúng?

A. $\lim\limits_{x \to 0^-} f(x) = \lim\limits_{x \to 0} (2x - 1) = 1$ B. $\lim\limits_{x \to 0^+} f(x) = \lim\limits_{x \to 0^+} (2x - 1) = 1$

C. $\lim\limits_{x \to 0^-} f(x) = \lim\limits_{x \to 0^-} 2 = 2$ D. $\lim\limits_{x \to 0} f(x) = 2$

Câu 49. Cho hàm số $f(x) = \begin{cases} 2x - 1 & x < 1 \\ 2 & x \ge 1 \end{cases}$. Kết quả nào sau đây là đúng?

A. $\lim\limits_{x \to 1^+} f(x) = \lim\limits_{x \to 1^+} 2 = 1$ B. $\lim\limits_{x \to 1} f(x) = \lim\limits_{x \to 1} (2x - 1) = -3$

C. $\lim\limits_{x \to 1^+} f(x) = \lim\limits_{x \to 1^+} 2 = 2$ D. $\lim\limits_{x \to 1} f(x) = -1$

Câu 50. Cho hàm số $f(x) = \begin{cases} 2x + 1 & x \le 1 \\ 3 & x > 1 \end{cases}$. Kết quả nào sau đây là đúng?

A. $\lim\limits_{x \to 1^+} f(x) = \lim\limits_{x \to 1^+} 3 = 3$ B. $\lim\limits_{x \to 1} f(x) = \lim\limits_{x \to 1} (2x + 1) = -1$

C. $\lim\limits_{x \to 1} f(x)$ không có giới hạn D. $\lim\limits_{x \to 1} f(x) = -3$

Câu 51. Chọn kết quả đúng trong các kết quả sau: $\lim\limits_{x \to 3} \dfrac{x^2 - 9}{x^2 + x + 6}$ bằng

A. $\dfrac{6}{5}$ B. $-\dfrac{6}{5}$ C. $-\dfrac{5}{6}$ D. 0

Câu 52. Chọn kết quả đúng trong các kết quả sau: $\lim\limits_{x \to 1} \dfrac{x^2 - 4x + 3}{x^2 + 4x - 5}$ bằng

A. $-\dfrac{1}{3}$ B. $\dfrac{1}{3}$ C. $-\dfrac{3}{5}$ D. $\dfrac{3}{5}$

Câu 53. Chọn kết quả đúng trong các kết quả sau: $\lim\limits_{x \to 4} \dfrac{x^2 - 6x + 8}{\sqrt{x} - 2}$ bằng

A. 4 B. 8 C. 12 D. 16

Câu 54. Chọn kết quả đúng trong các kết quả sau: $\lim\limits_{x \to 5} \dfrac{\sqrt{5} - \sqrt{x}}{x^2 - 25}$ bằng

A. $-20\sqrt{5}$ B. $20\sqrt{5}$ C. $\dfrac{1}{20\sqrt{5}}$ D. $-\dfrac{1}{20\sqrt{5}}$

Câu 55. Chọn kết quả đúng trong các kết quả sau: $\lim \dfrac{-3x^2 + 2x - 5}{2x^2 - 7}$ bằng

A. $\dfrac{3}{2}$ B. $\dfrac{2}{3}$ C. $-\dfrac{2}{3}$ D. $-\dfrac{3}{2}$

Câu 56. Chọn kết quả đúng trong các kết quả sau: $\lim\limits_{x \to +\infty} \dfrac{3 - 4x}{5x}$ bằng

A. $-\dfrac{4}{5}$ B. $-\dfrac{5}{4}$ C. $\dfrac{5}{4}$ D. $\dfrac{4}{5}$

Câu 57. Chọn kết quả đúng trong các kết quả sau: $\lim\limits_{x \to -\infty} \dfrac{2x^3 + x^2 - 8}{5 + 4x^2}$ bằng

A. $-\infty$ B. $+\infty$ C. $-\dfrac{1}{2}$ D. $\dfrac{1}{2}$

Câu 58. Chọn kết quả đúng trong các kết quả sau: $\lim\limits_{x \to +\infty} \dfrac{1 - x^4}{5x + 3}$ bằng

A. $-\dfrac{1}{5}$ B. $-\infty$

C. $\dfrac{1}{5}$ D. Cả A, B, C đều sai

Câu 59. Chọn kết quả đúng trong các kết quả sau: $\lim\limits_{x \to +\infty} \left(\frac{1}{x} - \frac{1}{x+1} \right)$ bằng

A. $+\infty$ B. 1

C. 0 D. Một kết quả khác

Câu 60. Chọn kết quả đúng trong các kết quả dưới đây

A. $\lim\limits_{x \to +\infty} \frac{x^2 + 1}{x - 3x^3} = -\frac{1}{3}$ B. $\lim\limits_{x \to -\infty} \frac{1 - x}{4x^2 + x + 5} = -1$

C. $\lim\limits_{x \to +\infty} \frac{\sqrt{x - 2}}{x} = 0$ D. $\lim\limits_{x \to -\infty} = \frac{-3x^3 + 2x - 4}{x^5 + 5} = 3$

Câu 61. Chọn mệnh đề đúng trong các mệnh đề sau

A. $\lim\limits_{x \to +\infty} (\sqrt{x - 1} - \sqrt{x + 1}) = -2$ B. $\lim\limits_{x \to +\infty} (\sqrt{x - 1} - \sqrt{x + 1}) = -\infty$

C. $\lim\limits_{x \to +\infty} (\sqrt{x - 1} - \sqrt{x + 1}) = 0$ D. Cả A, B, C đều sai

Câu 62. Chọn mệnh đề đúng trong các mệnh đề sau

A. $\lim\limits_{x \to +\infty} \sqrt{x^2 - 5x} - x = \frac{2}{5}$ B. $\lim\limits_{x \to +\infty} \sqrt{x^2 - 5x} - x = \frac{5}{2}$

C. $\lim\limits_{x \to +\infty} \sqrt{x^2 - 5x} - x = \frac{-2}{5}$ D. Cả A, B, C đều sai

Câu 63. Chọn mệnh đề đúng trong các mệnh đề sau

A. $\lim\limits_{x \to +\infty} \frac{1}{x} \sqrt{x^2 + 5} = 0$ B. $\lim\limits_{x \to +\infty} \frac{1}{x} \sqrt{x^2 + 5} = 5$

C. $\lim\limits_{x \to +\infty} \frac{1}{x} \sqrt{x^2 + 5} = +\infty$ D. $\lim\limits_{x \to +\infty} \frac{1}{x} \sqrt{x^2 + 5} = 1$

Câu 64. Chọn mệnh đề đúng trong các mệnh đề dưới đây

A. $\lim\limits_{x \to -\infty} \frac{1}{x} \sqrt{x^2 + 5} = 1$ B. $\lim\limits_{x \to -\infty} \frac{1}{x} \sqrt{x^2 + 5} = -1$

C. $\lim\limits_{x \to -\infty} \frac{1}{x} \sqrt{x^2 + 5} = -\infty$ D. Cả A, B, C đều sai

Câu 65. Cho $f(x) = \begin{cases} \frac{-1}{x} & x > 1 \\ 2x - 3 & x \le 1 \end{cases}$. Kết quả nào sau đây là sai?

A. $\lim\limits_{x \to 1^-} f(x) = \lim\limits_{x \to 1^-} (2x - 3) = -1$ B. $\lim\limits_{x \to 1} f(x) = \lim\limits_{x \to 1} (2x - 3) = -1$

C. $\lim\limits_{x \to 1^+} f(x) = \lim\limits_{x \to 1^+} \frac{-1}{x} = -1$ D. $\lim\limits_{x \to 1} f(x) = -1$

Câu 66. $\lim\limits_{x \to 0} \dfrac{\sqrt{1+x}-1}{x}$ bằng giá trị nào sau đây?

A. 0 B. $+\infty$ C. 1/2 D. $-1/2$

Câu 67. Chọn kết quả đúng trong các kết quả

A. $\lim\limits_{x \to +\infty} \dfrac{x-\sqrt{x}}{\sqrt{x}} = 0$ B. $\lim\limits_{x \to +\infty} \dfrac{x-\sqrt{x}}{\sqrt{x}} = 1$

C. $\lim\limits_{x \to +\infty} \dfrac{x-\sqrt{x}}{\sqrt{x}} = -\infty$ D. $\lim\limits_{x \to +\infty} \dfrac{x-\sqrt{x}}{\sqrt{x}} = +\infty$

Câu 68. Cho $y = \left|\dfrac{\cos \pi x}{x}\right|$ ta có kết quả nào sau đây là **đúng?**

A. Hàm số có dạng vô định $\dfrac{\infty}{\infty}$ khi $x \to +\infty$

B. Giới hạn của hàm số là $+\infty$ khi $x \to 0$

C. $0 \le y \le 1$

D. Giới hạn của hàm số là $+\infty$ khi $x \to +\infty$

Câu 69. Cho hàm số $y = \dfrac{x^2-1}{|x-1|}$. Kết quả nào sau đây là **đúng?**

A. $\lim\limits_{x \to 1} \dfrac{x^2-1}{|x-1|} = 0$ B. $\lim\limits_{x \to 1^+} \dfrac{x^2-1}{|x-1|} = 1$

C. $\lim\limits_{x \to 1} \dfrac{x^2-1}{|x-1|} = 2$ D. $\lim\limits_{x \to 1} \dfrac{x^2-1}{|x-1|}$ **không tồn tại**

Câu 70. Cho hàm số $f(x) = \begin{cases} x^2+1 & x < 1 \\ a & x \ge 1 \end{cases}$ (a: hằng số)

Chọn khẳng định đúng

A. $\lim\limits_{x \to 1^+} f(x) = \lim\limits_{x \to 1^+} a = 1$ B. $\lim\limits_{x \to 1^-} f(x) = \lim\limits_{x \to 1^-} (x^2+1) = 0$

C. $\lim\limits_{x \to 1} f(x) = 1$ **khi** $a = 1$ D. $\lim\limits_{x \to 1} f(x) = 2$ **khi** $a = 2$

Câu 71. **Để** tìm $\lim\limits_{x \to x_0^-} f(x)$ **với** $x \in (a; b)$ ta dùng dãy số (x_n) **bất kì nào** dưới đây

A. $a < x_n < x_0$ B. $x_0 < x_n < a$ C. $x_0 < x_n < b$ D. $b < x_n < x_0$

Câu 72. **Để** tìm $\lim\limits_{x \to x_0^+} f(x)$, **với** $x \in (a; b)$ ta dùng dãy số (x_n) **bất kỳ nào** dưới đây

A. $b < x_n < x_0$ B. $x_0 < x_n < b$ C. $a < x_n < x_0$ D. $x_0 < x_n < a$

§3. HÀM LIÊN TỤC

A/ KIẾN THỨC CƠ BẢN

Hàm số $y = f(x)$.TXĐ: (a, b); $x_0 \in (a, b)$

1. *Định nghĩa*

$f(x)$ liên tục tại $x_0 \Leftrightarrow \lim\limits_{x \to x_0} f(x) = f(x_0)$

$f(x)$ liên tục trên liên tục trên $(a, b) \Leftrightarrow f(x)$ liên tục tại mọi điểm của khoảng (a, b).

$f(x)$ liên tục trên $[a,b]$ nếu $f(x)$ liên tục trên (a, b) và $\lim\limits_{x \to a^+} f(x) = f(a)$;

$\lim\limits_{x \to b^-} f(x) = f(b)$;

2. *Các định lý*

$Y = P(x)$ / ($P(x)$ là đa thức) liên tục trên R

$Y = \cos x$; $y = \sin x$; $y = \text{tg}x$; $y = \cot x$ liên tục trên từng khoảng xác định của chúng

$Y = f(x)$; $y = g(x)$ liên tục trên khoảng K

Hàm số $f(x) + g(x)$; $f(x) - g(x)$ cũng liên tục trên K

Hàm số $\dfrac{f(x)}{g(x)}$ $(g(x) \neq 0\ \forall x \in K)$ liên tục trên tập xác định K của nó.

Hàm số $\sqrt{f(x)}$ $(f(x) \geq 0, \forall x \in K)$ cũng liên tục trên K

Hàm số $y = f(x)$ liên tục trên $[a,b]$ và $f(a).f(b) < 0$ thì tồn tại ít nhất một điểm $c \in (a,b)$ để $f'(c) = 0$.

B/ BÀI TẬP TRẮC NGHIỆM

Câu 73. Chọn mệnh đề sai trong các mệnh đề sau:

A. Hàm số $y = x^3 + 2x^2 - 5x + 7$ liên tục trên tập R

B. Hàm số $y = \dfrac{3x + 5}{x + 1}$ liên tục trên toàn bộ tập R

C. Hàm số $y = \dfrac{-4x}{x^2 + 1}$ liên tục trên toàn bộ tập R

D. Hàm số $y = \sin x$ liên tục trên toàn bộ tập R

Câu 74. Chọn mệnh đề sai trong các mệnh đề sau:

A. Hàm số $y = \sqrt{x - 1}$ liên tục tại mọi x thuộc **tập R**

B. Hàm số y = cosx liên tục tại mọi x thuộc tập R

C. Hàm số $y = \sqrt{x^2 + 1}$ liên tục tại mọi x thuộc **khác (−1)**

D. Hàm số y = tgx liên tục tại mọi x thuộc tập R

Câu 75. Kết quả nào sau đây là đúng?

A. Hàm số y = tanx liên tục tại mọi x thuộc tập R

B. Hàm số y = tanx liên tục tại mọi x khác **kπ (k ∈ Z)**

C. Hàm số y = tanx liên tục tại mọi x thuộc khác $\frac{\pi}{2} + k\pi$ **(k ∈ Z)**

D. Hàm số y= cotx liên tục tại mọi x thuộc tập R

Câu 76. Chọn mệnh đề sai trong các mệnh đề sau:

A. Hàm số $y = \frac{1}{x}$ liên tục tại mọi $x \neq 0$

B. Hàm số $y = \frac{-1}{x^2 + 2}$ liên tục tại mọi x thuộc tập R

C. Hàm số $y = \frac{\sqrt{x + 1}}{3}$ liên tục tại mọi $x \neq -1$

D. Hàm số $y = \sqrt{x^2 + 1} - 3$ liên tục tại mọi x thuộc tập R

Câu 77. Cho hàm số $f(x) = \frac{3x + 5}{x + 1}$

Chọn mệnh đề đúng trong các mệnh đề sau:

A. $\lim\limits_{x \to -1} f(x) = 1$

B. $\lim\limits_{x \to 0} f(x) = -5$

C. $\lim\limits_{x \to 1} f(x) = 8$

D. $\lim\limits_{x \to +\infty} f(x) = +\infty$

Câu 78. Cho hàm số $f(x) = \sqrt{x - 2}$

Chọn mệnh đề đúng trong các mệnh đề sau:

A. $\lim\limits_{x \to 4} f(x) = \sqrt{2}$

B. $\lim\limits_{x \to 1} f(x) = \sqrt{-2}$

C. $\lim\limits_{x \to 2} f(x)$

D. $\lim\limits_{x \to -\infty} f(x) = +\infty$

Câu 79. Cho hàm số $f(x) = \frac{3|x|}{x}$

A. $\lim\limits_{x \to 0^+} f(x) = 0$

B. $\lim\limits_{x \to 0^-} f(x) = 0$

C. $\lim\limits_{x \to 0} f(x) = 0 = 0$

D. Hàm không liên tục tại x = 0

Câu 80. Cho hàm số $f(x) = \dfrac{3|x|}{x}$. Kết quả nào sau đây là sai?

A. $\lim\limits_{x \to 2} f(x) = 3$ B. $\lim\limits_{x \to +1} f(x) = 3$ C. $\lim\limits_{x \to -2} f(x) = 3$ D. $\lim\limits_{x \to -1} f(x) = -3$

Câu 81. Cho hàm số $f(x) = \begin{cases} 2 & x < 0 \\ x - 2 & x \geq 0 \end{cases}$

Chọn mệnh đề đúng trong các mệnh đề sau

A. $f(0) = 2$

B. $\lim\limits_{x \to 0^+} f(x) = \lim\limits_{x \to 0^+} 2 = 2$

C. $\lim\limits_{x \to 0^-} f(x) = \lim\limits_{x \to 0} 2 = 2$

D. Hàm liên tục tại $x = 0$

Câu 82. Cho hàm số $f(x) = \begin{cases} x^2 - 1 & x > 1 \\ a & x \leq 1 \end{cases}$

Với giá trị nào của a thì hàm số liên tục tại $x = 1$

A. $a = -2$ B. $a = 1$ C. $a = 2$ D. $a = 0$

Câu 83. Cho hàm số $f(x) = \begin{cases} a - 2 & x > 2 \\ \sin\dfrac{\pi}{x} & x \leq 2 \end{cases}$. Giá trị nào của a thì hàm số liên tục tại $x = 2$.

A. $a = 3$ B. $a = 2$ C. $a = -2$ D. $a = -3$

Câu 84. Cho hàm số $y = f(x) = \begin{cases} ax + 2 \text{ khi } x \geq 1 \\ x^2 - 2 \text{ khi } x < 1 \end{cases}$

Kết quả nào sau đây là sai?

A. $y = ax + 2$ liên tục với mọi $x \geq 1$

B. Tại $x = 1$ hàm số liên tục với $a = -3$

C. Với $x < 1$, ta có $f(x) = x^2 - 2$ nên hàm số liên tục

D. hàm số liên tục tại $x = 1$ với mọi a thuộc R

Câu 85. Với hàm số cho ở câu 84. Chọn kết quả đúng trong các kết quả dưới đây:

A. $\lim\limits_{x \to 1^+} f(x) = -1$

B. $\lim\limits_{x \to 1^-} f(x) = -1$

C. Hàm số không xác định tại $x = 1$

D. Với $a = 1$ thì hàm liên tục tại $x = 1$

Câu 86. Cho hàm số $f(x) = \dfrac{x^2 + 3x}{x}$ chưa xác định tại x = 0. Cần phải gán cho f(0) giá trị bằng bao nhiêu để hàm số liên tục tại x = 0.

A. f(0) = −2 B. f(0) = −3 C. f(0) = 2 D. f(0) = 3

Câu 87. Cho hàm số $f(x) = \dfrac{x^2 - 5x}{x}$ chưa xác định tại x = 0. Cần phải gán cho f(0) giá trị bằng bao nhiêu để hàm số liên tục tại x = 0.

A. f(0) = −5 B. f(0) = 5 C. f(0) = 6 D. f(0) = −6

Câu 88. Cho hàm số $f(x)\begin{cases} \dfrac{x^2 - 16}{x - 4} & x \neq 4 \\ 7 & x = 4 \end{cases}$ Chọn khẳng định sai.

A. Với x ≠ 4 thì f(x) = x + 4

B. Với x = 4 thì f(4) = 7

C. Hàm liên tục tại mọi x thuộc tập R

D. Phải gán cho f(4) = 8 thì hàm mới liên tục tại mọi x thuộc tập R

Câu 89. Cho hàm số $f(x) = \begin{cases} \cos \pi x & x \leq 1 \\ a^2 + 1 & x > 1 \end{cases}$. Kết quả nào sau đây là đúng?

A. a = 1 B. a = −1

C. Mọi a thuộc R D. Không có giá trị nào của a

Câu 90. Cho hàm số $f(x) = \begin{cases} \cos \pi x & x \leq 1 \\ a^2 - 2 & x > 1 \end{cases}$

Với giá trị nào của a thì hàm liên tục tại x = 1

A. Mọi a thuộc tập R B. a = ±3

C. a = ±2 D. a = ±1

Câu 91. Cho hàm số $f(x) = 3x^3 + 3x - 2$. Kết quả nào dưới đây là sai?

A. Phương trình f(x) = 0 có ít nhất một nghiệm trong (−1; 1)

B. Phương trình f(x) = 0 có ít nhất một nghiệm trong (0; 1)

C. Phương trình f(x) = 0 vô nghiệm trong (0; 1)

D. Phương trình f(x) = 0 có nhiều nhất là 3 nghiệm

Câu 92. Chọn khẳng định đúng dưới đây

A. Phương trình $x^3 + x + 1 = 0$ vô nghiệm trên tập R

B. Phương trình $x^3 + x - 1 = 0$ vô nghiệm trên khoảng (0,1)

C. Cả hai phương trình $x^3 + x + 1 = 0$ và $x^3 + x - 1 = 0$ đều có ít nhất một nghiệm trên khoảng (–2, 1)

D. Cả A, B, C đều sai

Câu 93. Cho hàm số $f(x) = \frac{\cos x}{\pi + x} - x$. Kết quả nào sau đây là đúng?

A. Hàm số có tập xác định mọi x thuộc R

B. $f(0).f(\pi) > 0$

C. Phương trình $f(x) = 0$ có ít nhất một nghiệm trong $(0; \pi)$

D. Phương trình $\frac{\cos x}{\pi + x} = x$ vô nghiệm

Câu 94. Cho hàm số $y = f(x) = x^4 + x^2 - 2$

Khẳng định nào sau đây là sai?

A. Hàm số đã cho liên tục trong R

B. Phương trình có ít nhất một nghiệm trong khoảng (0, 2)

C. Ta có $f(-2)f(2) > 0$ nên phương trình vô nghiệm trên khoảng (–2, 2).

D. Phương trình $x^4 + x^2 - 2 = 0$ có tối đa 4 nghiệm trong R

Câu 95. Cho phương trình $x^4 - x = 3$. Khoảng nào dưới đây để phương trình có ít nhất một nghiệm trong đó?

A. (0, 1) B. (–1, 0) C. (0, 2) D. (2, 3)

Câu 96. Cho hàm số $f(x) = \frac{x}{x^2 - 4x - 5}$. Kết quả nào sau đây sai?

A. TXĐ của hàm số: $D = (-\infty, -1) \cup (-1, 5) \cup (5, +\infty)$

B. Hàm liên tục tại x = 2

C. Hàm không liên tục tại x = – 5

D. Hàm liên tục tại mọi x thuộc tập xác định

Câu 97. Cho hàm số $y = \frac{x}{(x-1)\sqrt{3-x}}$

Chọn kết quả sai

A. Hàm không liên tục tại x = 1, x = 3

B. Hàm liên tục tại x = 4

C. Hàm liên tục tại $x = 0$

D. Hàm liên tục tại mọi $x \in (-\infty, 1) \cup (1, 3)$

Câu 98. Cho hàm số $y = \sqrt{x^2 - 4}$

Chọn kết quả sai

A. Hàm liên tục tại $x \in (-2, 2)$

B. Hàm liên tục tại $x = -3$

C. Hàm liên tục tại $x = 10$

D. Hàm liên tục tại mọi $x \in (-\infty, -2) \cup (2, +\infty)$

Câu 99. Cho hàm số $f(x) = \dfrac{1}{x(x-1)}$. Chọn kết quả sai:

A. Hàm liên tục tại mọi $x \neq 0$, $x \neq 1$.

B. $\lim\limits_{x \to 0} f(x) = \infty$; $\lim\limits_{x \to 1} f(x) = +\infty$

C. $\lim\limits_{x \to \sqrt{2}} f(x) = \dfrac{1}{2}$

D. $\lim\limits_{x \to 4} f(x) = \dfrac{1}{2}$.

Câu 100. Cho hàm số $f(x) = \sqrt{\dfrac{1}{x-1}}$. Chọn kết quả sai:

A. Hàm số liên tục tại mọi $x \neq 1$

B. Hàm số liên tục tại mọi $x \in (1, +\infty)$

C. $\lim\limits_{x \to 2} f(x) = 1$

D. $\lim\limits_{x \to 3} f(x) = \dfrac{\sqrt{2}}{2}$

Chương 5. ĐẠO HÀM

§1. ĐỊNH NGHĨA - Ý NGHĨA HÌNH HỌC CỦA ĐẠO HÀM

A/ KIẾN THỨC CƠ BẢN

1. *Định nghĩa:*

$y = f(x)$, TXD (a, b); $x_0 \in (a, b)$ và $x_0 + \Delta x \in (a, b)$

$$f'(x_0) = \lim_{\Delta x \to 0} \frac{f(x_0 + \Delta x) - f(x_0)}{\Delta x} = \lim_{x \to x_0} \frac{f(x) - f(x_0)}{x - x_0}$$

2. *Qui tắc tính đạo hàm bằng định nghĩa*

Bước 1: Cho x_0 một số gia Δx thì số gia tương ứng của hàm số là

$$\Delta y = f(x_0 + \Delta x) - f(x_0)$$

Bước 2: Lập tỉ số $\dfrac{\Delta y}{\Delta x}$

Bước 3: Tính $\displaystyle\lim_{\Delta x \to 0} \frac{\Delta y}{\Delta x}$

3. *Quan hệ giữa tính liên tục và đạo hàm*

$$\boxed{\begin{array}{c}\text{f(x) có đạo hàm} \\ \text{tại } x_0\end{array}} \quad \begin{array}{c}\Longrightarrow \\ \not\Longleftarrow\end{array} \quad \boxed{\begin{array}{c}\text{f(x) có liên tục} \\ \text{tại } x_0\end{array}}$$

4. *Ý nghĩa hình học của đạo hàm*

f(x) là hệ số góc của tiếp tuyến với đồ thị tại $M(x_0, f(x_0))$ thì phương trình tiếp tuyến với đồ thị hàm số tại M_0 là:

$$\boxed{y - y = f'(x_0).(x - x_0)}$$

5. *Ý nghĩa vật lý của đạo hàm*

Chuyển động $s = s(t)$

$$\boxed{v(t) = s'(t)}$$

B/ BÀI TẬP TRẮC NGHIỆM

* Giả thiết được áp dụng từ câu 1 đến câu 8 là: với hàm số $y = f(x)$ có tập xác định D, cho $x_0 \in D$ một số gia Δx để $x_0 + \Delta x \in D$

thì số gia tương ứng Δy sẽ được chọn một trong các câu tra lời A; B; C; D

Câu 1. Cho hàm số $f(x) = \sin 2x$; $x_0 = \frac{\pi}{3}$; Δx

Chọn số gia tương ứng Δy dưới đây cho thích hợp.

A. $\Delta y = \sin(\frac{2\pi}{3}) + \Delta x - \sin(\frac{2\pi}{3})$

B. $\Delta y = \sin 2x + \Delta x - \sin(\frac{2\pi}{3})$

C. $\Delta y = \sin 2(\frac{\pi}{3} + \Delta x) - \sin(\frac{2\pi}{3})$

D. $\Delta y = \sin(\frac{\pi}{3} + \Delta x) - \sin(\frac{2\pi}{3})$

Câu 2. Cho hàm số $f(x) = x^2 - 3$; $x_0 = -1$; Δx

Chọn số gia tương ứng Δy dưới đây cho thích hợp.

A. $\Delta y = (\Delta x)^2 - 10$

B. $\Delta y = (-1 + \Delta x)^2 + 2$

C. $\Delta y = (-1 + \Delta x)^2 - 10$

D. $\Delta y = (-1 + \Delta x)^2 - 1$

Câu 3. Cho hàm số $f(x) = \frac{x}{x+1}$; $x_0 = 1$; Δx

Chọn số gia tương ứng Δy dưới đây cho thích hợp.

A. $\Delta y = \frac{1 + \Delta x}{\Delta x + 2} - \frac{1}{2}$.

B. $\Delta y = \frac{\Delta x}{\Delta x + 1 + 1} - \frac{1}{2}$

C. $\Delta y = \frac{x}{x+1} + \Delta x - \frac{1}{2}$

D. Một kết quả khác

Câu 4. Cho hàm số $f(x) = \sqrt{1 - 3x}$; $x_0 = \frac{-1}{2}$; Δx

Chọn số gia tương ứng Δy dưới đây cho thích hợp.

A. $\Delta y = \sqrt{\frac{5}{2}} - \sqrt{\frac{5}{2}} + 3\Delta x$

B. $\Delta y = \sqrt{1 - 3\Delta x} - \sqrt{1 - 3(\frac{-1}{2})} = \sqrt{1 - 3\Delta x} - \sqrt{\frac{5}{2}}$

C. $\Delta y = \sqrt{1 - 3(\frac{-1}{2}) + \Delta x)} - \sqrt{1 - 3(\frac{-1}{2})} = \sqrt{\frac{5}{2} - 3\Delta x} - \sqrt{\frac{5}{2}}$

D. $\Delta y = \sqrt{1 - 3x} + \Delta x - \sqrt{1 - 3(\frac{-1}{2})} = \sqrt{1 - 3x} + \Delta x - \sqrt{\frac{5}{2}}$

Câu 5. Cho hàm số $f(x) = (x - 1)^2 + 1$; $x_0 = 1$; Δx

Chọn số gia tương ứng Δy dưới đây cho thích hợp.

A. $\Delta y = (\Delta x)^2 - 1$ B. $\Delta y = (\Delta x)^2 + 1$

C. $\Delta y = (\Delta x)^2$ D. $\Delta y = \Delta x$

Câu 6. Cho hàm số $f(x) = 2$; $x_0 = 1$; Δx

Chọn Δy và $\dfrac{\Delta y}{\Delta x}$ dưới đây cho thích hợp.

A. $\Delta y = 2 + \Delta x - 2 = \Delta x$; $\dfrac{\Delta y}{\Delta x} = 1$ B. $\Delta y = 2 - 2 = 0$; $\dfrac{\Delta y}{\Delta x} = 0$

C. $\Delta y = 2 + \Delta x$; $\dfrac{\Delta y}{\Delta x} = \dfrac{2 + \Delta x}{\Delta x}$ D. $\Delta y = 2$; $\dfrac{\Delta y}{\Delta x} = \dfrac{2}{\Delta x}$

Câu 7. Cho hàm số $f(x) = \sin x$; $x_0 = \dfrac{\pi}{2}$; Δx

Chọn Δy và $\dfrac{\Delta y}{\Delta x}$ dưới đây cho thích hợp.

A. $\Delta y = \sin(\dfrac{\pi}{2} + \Delta x) - 1$; $\dfrac{\Delta y}{\Delta x} = \dfrac{\Delta x}{\Delta x} = 1$

B. $\Delta y = \sin(\dfrac{\pi}{2} + \Delta x) - \dfrac{\pi}{2}$; $\dfrac{\Delta y}{\Delta x} = \dfrac{\sin(\dfrac{\pi}{2} + \Delta x) - \dfrac{\pi}{2}}{\Delta x}$

C. $\Delta y = \sin(\dfrac{\pi}{2} + \Delta x) - 1$; $\dfrac{\Delta y}{\Delta x} = \dfrac{\sin(\dfrac{\pi}{2} + \Delta x) - 1}{\Delta x}$

D. $\Delta y = \sin(\dfrac{\pi}{2} + \Delta x)$; $\dfrac{\Delta y}{\Delta x} = \dfrac{\sin(\dfrac{\pi}{2} + \Delta x)}{\Delta x}$

Câu 8. Cho hàm số $f(x) = |x - 2|$; $x_0 = 2$; Δx

Chọn Δy và $\dfrac{\Delta y}{\Delta x}$ dưới đây cho thích hợp.

A. $\Delta y = |\Delta x|$; $\dfrac{\Delta y}{\Delta x} = \dfrac{\Delta x}{\Delta x} = 1$ B. $\Delta y = \Delta x$; $\dfrac{\Delta y}{\Delta x} = 1$

C. $\Delta y = |\Delta x - 2|$; $\dfrac{\Delta y}{\Delta x} = \dfrac{|\Delta x - 2|}{\Delta x}$ D. $\Delta y = |\Delta x|$;. $\dfrac{\Delta y}{\Delta x} = \dfrac{|\Delta x|}{\Delta x}$

Câu 9. Cho hàm số $y = f(x)$. Đồ thị (C); $M_0(x_0; f(x_0)) \in (C)$. Phương trình của tiếp tuyến với (C) tại M_0 là

A. $y = f'(x_0)(x - x_0)$

B. $y = f'(x)(x - x_0) + y_0$

C. $y - y_0 = f'(x_0)x$

D. $y - y_0 = f'(x_0)(x - x_0)$

Câu 10. Cho hàm số $y = f(x) = \frac{x^2}{8} + \frac{11}{2}$; phương trình tiếp tuyến với đồ thị của hàm số tại điểm M có hoành độ $x_0 = (-2)$ là kết quả nào sau đây?

A. $y = \frac{1}{2}(x + 2) + 7$

B. $y = \frac{1}{2}(x - 2) + 7$

C. $y = \frac{-1}{2}(x + 2) + 6$

D. $y = \frac{-1}{2}(x + 2) - 6$

Câu 11. Cho hàm số $y = f(x) = -x^2 + 5$; có $f'(x) = -2x$

Phương trình tiếp tuyến với đồ thị của hàm số tại điểm M có tung độ $y_0 = -1$ với hoành độ x_0 âm là kết quả nào sau đây?

A. $y = 2\sqrt{6}(x + \sqrt{6}) - 1$

B. $y = -2\sqrt{6}(x + \sqrt{6}) - 1$

C. $y = 2\sqrt{6}(x - \sqrt{6}) + 1$

D. $y = 2\sqrt{6}(x + \sqrt{6}) + 1$

Câu 12. Cho hàm số $f(x) = x^2 + 5$; có $f'(x) = 2x$

Viết phương trình tiếp tuyến với đồ thị của hàm số tại điểm M có hoành độ $x_0 = (-1)$

A. $y' = -2(x - 1) + 6$

B. $y = 2(x - 1) + 6$

C. $y = -2(x + 1) - 6$

D. $y = -2(x + 1) + 6$

Câu 13. Cho hàm số $f(x) = |x|$; $x_0 = 0$. Kết quả nào dưới đây là đúng?

A. $\lim\limits_{x \to 0^+} \frac{f(x) - f(0)}{x - 0} = \lim\limits_{x \to 0^+} 0 = 0$

B. $\lim\limits_{x \to 0^-} \frac{f(x) - f(0)}{x - 0} = \lim\limits_{x \to 0^-} 0 = 0$

C. $f'(0) = 0$

D. Hàm không có đạo hàm tại $x = 0$

Câu 14. Cho hàm số $f(x) = |x - 2|$; $x_0 = 2$. Kết quả nào sau đây là đúng?

A. $\lim\limits_{x \to 2^+} \frac{f(x) - f(0)}{x - 0} = \lim\limits_{x \to 2^+} \frac{|x - 2| - 2}{x}$

B. $\lim\limits_{x \to 2^-} \dfrac{f(x) - f(2)}{x - 2} = \lim\limits_{x \to 2^-} \dfrac{|x - 2| - 0}{x - 2} = -1$

C. $\lim\limits_{x \to 2} \dfrac{f(x) - f(2)}{x - 2} = \lim\limits_{x \to 2} \dfrac{|x - 2| - 0}{x - 2} = -1$

D. Hàm số có đạo hàm tại $x = 2$

Câu 15. Cho hàm số $y = f(x) = \begin{cases} x \text{ khi } x \le 0 \\ 1 - x \text{ khi } x > 0 \end{cases}$ và điểm có $x_0 = 0$.

Khẳng định nào sau đây là đúng?

A. $\lim\limits_{x \to 0} \dfrac{f(x) - f(0)}{x - 0} = -1$

B. $\lim\limits_{x \to 0^+} \dfrac{f(x) - f(0)}{x - 0} = -1$

C. $f'(0) = 1$

D. Hàm số không có đạo hàm tại $x_0 = 0$

Câu 16. Cho hàm số $f(x) = \begin{cases} x & x \le 1 \\ 2 - x & x > 1 \end{cases}$; $x_0 = 1$

Kết quả nào sau đây là đúng?

A. $\lim\limits_{x \to 1} \dfrac{f(x) - f(1)}{x - 1} = -1$

B. $\lim\limits_{x \to 1^+} \dfrac{f(x) - f(1)}{x - 1} = \lim\limits_{x \to 1^+} \dfrac{x - 1}{x - 1} = +1$

C. $f'(1) = 1$

D. Hàm số không có đạo hàm tại $x_0 = 1$

§2. QUI TẮC TÍNH ĐẠO HÀM

A/ KIẾN THỨC CƠ BẢN

1. Công thức

$(C)' = 0$ $(C = \text{const})$

$(x^n)' = n.x^{n-1}$ $(n \in N^*;\ x \in R)$

$(\sqrt{x})' = \dfrac{1}{2\sqrt{x}}$ $(x > 0)$

2. *Phép toán*

$$(n + v - w)' = u' + v' - w'$$

$$(u.v)' = u'.v + u.v'$$

$$(k.u)' = k.u'$$

$$\left(\frac{u}{v}\right)' = \frac{u'.v - v'.u}{v^2}$$

$$\left(\frac{1}{v}\right)' = \frac{-v'}{v^2}$$

3. *Đạo hàm của hàm hợp*

$$y = f(u);\ u = g(x) \Rightarrow \boxed{y'(x) = f(u).u'(x)}$$

B/ BÀI TẬP TRẮC NGHIỆM

Câu 17. Đạo hàm của $y = -2.x^7 + \sqrt{x}$ **là kết quả nào sau đây?**

A. $y' = -14x^6 + 2\sqrt{x}$

B. $y' = -14x^6 + \frac{2}{\sqrt{x}}$

C. $y' = -14x^6 + \frac{1}{2\sqrt{x}}$

D. **Một kết quả khác**

Câu 18. Đạo hàm của $y = (x^3 - 5).\sqrt{x}$ **là kết quả nào sau đây?**

A. $y' = \frac{7}{2}\sqrt{x^5} - \frac{5}{2\sqrt{x}}$

B. $y' = 3x^2\frac{1}{2\sqrt{x}}$

C. $y' = 3x^2 - \frac{5}{2\sqrt{x}}$

D. **Một kết quả khác**

Câu 19. Đạo hàm của $y = \frac{x.(1 - 3.x)}{x + 1}$ là kết quả **nào sau đây?**

A. $y' = \frac{-3x^2 - 6x + 1}{(x + 1)^2}$

B. $y' = 1 - 6x^2$

C. $y' = \frac{1 - 6x^2}{(x + 1)^2}$

D. **Một kết quả khác**

Câu 20. Đạo hàm của $y = \frac{\sqrt{x}}{1 - 2.x}$ là kết quả nào sau **đây?**

A. $y' = \frac{1}{-4\sqrt{x}}$

B. $y' = \frac{1 + 2x}{2\sqrt{x}(1 - 2x)^2}$

C. $y' = \frac{1}{2\sqrt{x}(1 - 2x)^2}$

D. **Một kết quả khác**

Câu 21. Đạo hàm của $y = \frac{1}{x^2 - 2.x + 5}$ là kết quả nào sau đây?

A. $y' = \frac{1}{2x - 2}$ B. $y' = \frac{2x - 2}{(x^2 - 2x + 5)^2}$

C. $y' = (2x - 2)(x^2 - 2x + 5)$ D. Một kết quả khác

Câu 22. Đạo hàm của $y = \frac{1}{(x - 1)(x + 3)}$ là kết quả nào sau đây?

A. $y' = \frac{1}{2x + 2}$ B. $y' = \frac{1}{(2x + 2)(x^2 + 2x - 3}$

C. $y' = \frac{2x + 2}{(x^2 + 2x - 3)^2}$ D. Một kết quả khác

Câu 23. Đạo hàm của $y = (7x - 5)^4$ là kết quả nào sau đây?

A. $y' = 4(7x - 5)^3$ B. $y' = 28(7x - 5)^3$

C. $y' = 28x$ D. Một kết quả khác

Câu 24. Đạo hàm của $y = \sqrt{1 - 2x^2}$ là kết quả nào sau đây?

A. $y' = \frac{1}{2\sqrt{1 - 2x^2}}$ B. $y' = \frac{-4x}{\sqrt{1 - 2x^2}}$

C. $y' = \frac{-2x}{\sqrt{1 - 2x^2}}$ D. Một kết quả khác

Câu 25. Đạo hàm của hàm số $y = \frac{1}{\sqrt{1 - 2x^2}}$ là kết quả nào sau đây?

A. $y' = \frac{1 - 2x^2}{2\sqrt{1 - 2x^2}}$ B. $y' = \frac{-2x^2}{2\sqrt{1 - 2x^2}}$

C. $y' = \frac{2x}{(1 - 2x^2)\sqrt{1 - 2x^2}}$ D. $y' = \frac{-4x^2}{\sqrt{1 - 2x^2}}$

Câu 26. Đạo hàm của hàm số $y = \frac{1}{(x^2 - 2x + 5)}$ là kết quả nào sau đây?

A. $y' = \frac{-2x - 2}{(x^2 - 2x + 5)^2}$ B. $y' = \frac{2x + 2}{(x^2 - 2x + 5)^2}$

C. $y' = -\frac{-2x + 2}{(x^2 - 2x + 5)}$ D. $y' = \frac{-4x + 4}{(x^2 - 2x + 5)^3}$

Câu 27. Đạo hàm của hàm số $y = \frac{x - 1}{\sqrt{x^2 + 1}}$ có đạo hàm là kết quả nào sau đây?

A. $y' = \dfrac{2x}{\sqrt{x^2 + 1}}$ B. $y' = \dfrac{1 + x}{\sqrt{(x^2 + 1)^3}}$

C. $y' = \dfrac{2(x + 1)}{\sqrt{(x^2 + 1)^3}}$ D. Một kết quả khác

Câu 28. Với $f(x) = \sqrt{1 - x^2}$ thì f'(2) là kết quả nào sau đây:

A. không tồn tại B. $f'(2) = \dfrac{2}{\sqrt{3}}$

C. $f'(2) = \dfrac{-2}{\sqrt{3}}$ D. $f'(2) = \dfrac{-2}{\sqrt{-3}}$

Câu 29. Với hàm số $y = -2x^4 + 3x^3 - x + 2$ thì y' là kết quả nào sau đây?

A. $-8x^2 + 9x - 1$ B. $-16x^3 + 9x - 1$

C. $-8x^3 + 27x^2 - 1$ D. $-18x^3 + 9x^2 - 1$

Câu 30. với hàm số $y = (1 - x)(2x + 1)$ thì y' là kết quả nào sau đây?

A. $-4x + 1$ B. $-4x - 1$ C. $4x + 1$ D. $4x - 1$

Câu 31. với hàm số $y = \dfrac{1}{x^3} - \dfrac{1}{x^2}$ thì y' là kết quả nào sau đây?

A. $\dfrac{3}{x^4} - \dfrac{1}{x^3}$ B. $\dfrac{-3}{x^4} - \dfrac{2}{x^3}$ C. $\dfrac{-3}{x^4} + \dfrac{2}{x^3}$ D. $\dfrac{-3}{x^4} + \dfrac{1}{x^3}$

Câu 32. với hàm số $y = \dfrac{1}{\sqrt{x}} - \dfrac{1}{x^2}$ thì y' là kết quả nào sau đây?

A. $\dfrac{-1}{2\sqrt{x}} + \dfrac{2}{x^3}$ B. $\dfrac{-1}{2\sqrt{x}} - \dfrac{2}{x^3}$

C. $\dfrac{1}{2x\sqrt{x}} + \dfrac{2}{x^2}$ D. $\dfrac{-1}{2x\sqrt{x}} + \dfrac{2}{x^2}$

Câu 33. Cho hàm số $y = -3x^3 + 25$ có $y' = 0$ thì x nhận giá trị nào sau đây?

A. $x = \pm\dfrac{5}{3}$ B. $x = \pm\dfrac{3}{5}$

C. $x = 0$ D. cả A, B, C đều sai

Câu 34. Cho hàm số $y = 2x^3 - 3x^2 - 5 = 0$ có $y' = 0$ thì x nhận giá trị nào sau đây?

A. Không có giá trị nào của x B. $x = 0$ hoặc $x = 1$

C. $x = -1$ hoặc $x = \dfrac{5}{2}$ D. $x = -1$ hoặc $x = \dfrac{5}{2}$

Câu 35. Cho hàm số $y = 4x - \sqrt{x}$ có $y' = 0$ thì x nhận giá trị nào sau đây?

A. Không có giá trị nào của x B. $x = \sqrt{\frac{1}{8}}$

C. $x = \frac{1}{64}$ D. $x = -\frac{1}{64}$

Câu 36. Cho hàm số $y = -2\sqrt{x} + 3x$. Để $y' > 0$ thì x nhận các giá trị nào sau đây?

A. $(-\infty; +\infty)$ B. $(-\infty, \frac{1}{9})$ C. $(\frac{1}{9}, +\infty)$ D. $\varnothing$

Câu 37. Cho hàm số $y = -4x^3 + 4x$ để $y' \geq 0$ thì x nhận các giá trị nào sau đây?

A. $\left[-\sqrt{3}, \sqrt{3}\right]$ B. $\left[-\frac{1}{\sqrt{3}}, \frac{1}{\sqrt{3}}\right]$

C. $\left(-\infty, -\sqrt{3}\right] \cup \left[\sqrt{3}, +\infty\right)$ D. $\left(-\infty, -\frac{1}{\sqrt{3}}\right] \cup \left[\frac{1}{\sqrt{3}}, +\infty\right)$

Câu 38. Cho hàm số$y = 3x^3 + x^2 + 1$, để $y' \leq 0$ thì x nhận các giá trị nào sau đây?

A. $[\frac{-2}{9}; 0]$ B. $\left[-\frac{9}{2}, 0\right]$

C. $\left(-\infty, -\frac{2}{9}\right] \cup \left[0, +\infty\right)$ D. Một kết quả khác

Câu 39. Cho hàm số $y = (2x^2 + 1)^3$,để $y' \geq 0$ thì x nhận các giá trị nào sau đây?

A. Không có giá trị nào của x B. $(-\infty; 0]$

C. $[0; +\infty)$ D. R

Câu 40. Cho hàm số $y = \sqrt{4x^2 + 1}$; $y' \leq 0$ khi x nhận các giá trị nào sau đây?

A. Không có giá trị nào của x B. $(-\infty; 0)$

C.$(0; -\infty)$ D. Một kết quả khác

Câu 41. Cho hàm số $y = \frac{3}{1 - x}$, để $y' < 0$ thì x có giá trị nào sau đây?

A. 1 B. 3

C. Không có giá trị nào của x D. Mọi x thuộc tập R

§3. ĐẠO HÀM CỦA HÀM SỐ HỮU TỈ VÀ HÀM SỐ LƯỢNG GIÁC

A/ KIẾN THỨC CƠ BẢN

1. Hàm số hữu tỉ:

$y = \dfrac{P(x)}{Q(x)}$; P(x), Q(x) là các đa thức, $Q(x) \neq 0$

* $y' = \dfrac{P'(x).Q(x) - P(x).Q'(x)}{[Q(x)]^2}$

* $y = \dfrac{ax+b}{cx+d} \Rightarrow y' = \dfrac{a.d - b.c}{(cx+d)^2}$ $\left(x \neq \dfrac{-d}{c}\right)$

2. Các hàm số lượng giác:

- Giới hạn: $\lim\limits_{x \to 0} \dfrac{\sin x}{x} = 1$ $\left(\lim\limits_{x \to 0} \dfrac{\sin u}{u} = 1\right)$
- $y = \sin x \Rightarrow y' = \cos x$; $y = \sin u \Rightarrow y' = \cos u.u'$
- $y = \cos x \to y' = -\sin x$; $y = \cos u \Rightarrow y' = -\sin u.u'$
- $y = \tan x \Rightarrow y' = \dfrac{1}{\cos^2 x}$; $y = \tan u \Rightarrow y' = \dfrac{u'}{\cos^2 u}$
- $y = \cot x \Rightarrow y' = -\dfrac{1}{\sin^2 x}$; $y = \cot u \Rightarrow y' = -\dfrac{u'}{\sin^2 u}$

B/ BÀI TẬP TRẮC NGHIỆM

Câu 42. Với $f(x) = \dfrac{1-x}{2x+1}$ thì $f'\left(\dfrac{-1}{2}\right)$ có kết quả nào sau đây?

A. không xác định

B. −3

C. 3

D. cả A, B, C

Câu 43. với $f(x) = \dfrac{-3x+4}{2x-1}$ thì f'(1) bằng giá trị nào sau đây?

A. 5

B. $\dfrac{1}{5}$

C. −5

D. $-\dfrac{1}{5}$

Câu 44. với $f(x) = \dfrac{5x-1}{2x}$ thì $f'(x) < 0$ khi x nhận các giá trị nào sau đây?

A. không có giá trị nào của x

B. mọi x tập

C. $(-\infty; 0)$

D. $(0; +\infty)$

Câu 45. với $f(x) = \dfrac{x^2 - 1}{x^2 + 1}$; tập nghiệm của phương trình $f'(x) = 0$ là:

A. $\varnothing$ B. R

C. $\{0\}$ D. Một kết quả khác

Câu 46. Với $f(x) = \dfrac{1 - 3x + x^2}{x - 1}$. Tập nghiệm của BPT $f'(x) > 0$ là:

A. R B. $\varnothing$ C. $(1; +\infty)$ D. $R \setminus \{1\}$

Câu 47. Với hàm số $f(x) = \dfrac{x^3}{x - 1}$. Tập nghiệm của phương trình $f'(x) = 0$ là:

A. $\left\{0; \dfrac{2}{3}\right\}$ B. $\left\{0; -\dfrac{2}{3}\right\}$ C. $\left\{0; \dfrac{3}{2}\right\}$ D. $\left\{0; -\dfrac{3}{2}\right\}$

Câu 48. Với hàm số $f(x) = \dfrac{x}{x^3 + 1}$. Tập nghiệm của bất phương trình $f'(x) \le 0$ là:

A. $\left(-\infty, \sqrt{\dfrac{1}{2}}\right]$ B. $\left[\sqrt{\dfrac{1}{2}}, +\infty\right)$ C. $\left(-\infty, \sqrt[3]{\dfrac{1}{2}}\right]$ D. $\left[\sqrt[3]{\dfrac{1}{2}}, +\infty\right)$

Câu 49. Với hàm số $f(x) = \dfrac{\sqrt{x}}{x + 1}$. Tập nghiệm của bất phương trình $f'(x) > 0$ là

A. $(-\infty; 1) \setminus \{-1; 0\}$ B. $(1; +\infty)$

C. $(-\infty; -1)$ D. $(-1; +\infty)$

Câu 50. Với hàm số $f(x) = \dfrac{x^2 + x - 5}{x - 2}$. Tập nghiệm của phương trình $f'(x) = 0$ là:

A. $\{-1; -3\}$ B. $\{1; 3\}$ C. $\{-1; 3\}$ D. $\{1; -3\}$

Câu 51. Phương trình tiếp tuyến của đường cong $y = \dfrac{x}{x + 2}$ tại M(−1; −1) là

A. $y = -2x + 1$ B. $y = -2x - 1$ C. $y = 2x + 1$ D. $y = 2x - 1$

Câu 52. Phương trình tiếp tuyến của đường cong $y = \dfrac{x^2 + x - 1}{x - 1}$ tại điểm N có hoành độ $x_0 = -1$ là

A. $y = \frac{3}{4}x - \frac{5}{4}$ B. $y = \frac{3}{4}x + \frac{5}{4}$

C. $y = \frac{4}{3}x - \frac{5}{4}$ D. $y = \frac{4}{3}x + \frac{5}{4}$

Câu 53. $\lim\limits_{x \to 0} \frac{\sin x - \sin 4x}{3x}$ có giá trị nào sau đây?

A. 1 B. −1 C. 0 **D.** $+\infty$

Câu 54. $\lim\limits_{x \to 0} \frac{1 - \cos 3x}{x^2}$ có giá trị nào sau đây?

A. $\frac{2}{9}$ B. $-\frac{2}{9}$ C. $\frac{9}{2}$ **D.** $-\frac{9}{2}$

Câu 55. $\lim\limits_{x \to 0} \frac{\cos x - \cos 4x}{x^2}$ có giá trị nào sau đây?

A. 7,5 B. $\frac{2}{15}$ C. −7,5 **D.** $-\frac{2}{15}$

Câu 56. $\lim\limits_{x \to 0} \frac{1 - \cos^2 3x}{2x^2}$ bằng giá trị nào sau đây?

A. $\frac{2}{9}$ B. 4,5 C. $-\frac{2}{9}$ **D. −4,5**

Câu 57. Hàm số $y = \sin(\frac{\pi}{6} - 3x)$ có đạo hàm là:

A. $y' = \cos(\frac{\pi}{6} - 3x)$ B. $y' = 3\cos(\frac{\pi}{6} - 3x)$

C. $y' = -3\sin(\frac{\pi}{6} - 3x)$ D. $y' = -3\cos(\frac{\pi}{6} - 3x)$

Câu 58. Hàm số $y = \frac{-3}{2}\sin 7x$ có đạo hàm là:

A. $y' = \frac{21}{2}\cos 7x$ B. $y' = \frac{-21}{2}\cos x$

C. $y' = -\frac{21}{2}\cos 7x$ D. Một kết quả khác

Câu 59. Hàm số y = sin3zx – cos2x có đạo hàm là

A. y’ = 3cos3x + sin2x B. y’ = 3cos3x – 2sin2x

C. y’ = 3cos3x + 2sin2x D. y’ = 3cos3x + 2cos2x

Câu 60. Hàm số $y = 2\cos x^2$ có đạo hàm là:

A. $y' = -2\sin x^2$ B. $y = -4\cos x^2.x$

C. $y' = -2\sin x^2.x$ D. $y' = -4.x.\sin x^2$

Câu 61. Hàm số $y = \frac{-1}{2}\sin(\frac{\pi}{3} - x^2)$ có đạo hàm là:

A. $y' = \frac{1}{2}\sin(\frac{\pi}{3} - x).x$ B. $y' = \frac{1}{2}\cos(\frac{\pi}{3} - x).x^2$

C. $y' = \frac{1}{2}\cos(\frac{\pi}{3} - x^2).x$ D. $y' = x.\cos(\frac{\pi}{3} - x^2)$

Câu 62. Hàm số $y = x\tan 2x$ có đạo hàm là

A. $y' = \frac{2x}{\cos^2 2x}$ B. $y' = \tan 2x + \frac{2x}{\cos^2 2x}$

C. $y' = \tan 2x + \frac{2x}{\cos^2 x}$ D. Một kết quả khác

Câu 63. Hàm số $y = \frac{1}{2}\cot x^2$ có đạo hàm là

A. $y' = \frac{-x}{\sin^2 x^2}$ B. $y' = \frac{-x}{2\sin x^2}$

C. $y' = \frac{-x}{\sin x^2}$ D. $y' = \frac{-x}{\sin^2 x^2}$

Câu 64. Hàm số $y = \cot 3x - \frac{1}{2}\tan 2x$ có đạo hàm là:

A. $y' = \frac{-1}{\sin^2 x} - \frac{1}{\cos^2 2x}$ B. $y' = \frac{-3}{\sin^2 3x} - \frac{1}{\cos^2 2x}$

C. $y' = \frac{-3}{\sin^2 3x} + \frac{1}{\cos^2 2x}$ D. $y' = \frac{-3}{\sin^2 3x} - \frac{x}{\cos^2 2x}$

Câu 65. Với $y = \cos(\frac{\pi}{4} - 2x)$ thì $\frac{y'(\frac{\pi}{8})}{y'(\frac{\pi}{3})}$ có giá trị nào sau đây?

A. 0 B. $\frac{\sqrt{2}}{2}$

C. $-\frac{\sqrt{2}}{2}$ D. Một kết quả khác

Câu 66. Với $y = \sin(\frac{\pi}{3} - \frac{1}{2}x)$ thì phương trình $y' = 0$ có nghiệm là:

A. $x = \frac{\pi}{3} - k2x$

B. $x = \frac{\pi}{3} + k2x$

C. $x = -\frac{\pi}{3} - k2x$

D. $x = \frac{\pi}{6} + k2x$ $(k \in Z)$

Câu 67. Với $y = \cos(\frac{2\pi}{3} + 2x)$ thì phương trình $y' = 0$ có nghiệm là:

A. $x = -\frac{\pi}{3} + k\frac{\pi}{2}$

B. $x = -\frac{\pi}{3} + k\pi$

C. $x = \frac{\pi}{3} + k\frac{\pi}{2}$

D. $x = -\frac{\pi}{3} + k2\pi$

Câu 68. Phương trình tiếp tuyến của đường cong $y = \tan(\frac{\pi}{4} - 3x)$ tại điểm M có hoành độ $x_0 = \frac{\pi}{6}$ là:

A. $y = -x - \frac{\pi}{6} - 6$

B. $y = -x + \frac{\pi}{6} + 6$

C. $y = -6x + \pi - 1$

D. $y = -x - \frac{\pi}{6} + 6$

Câu 69. Hệ số góc của tiếp tuyến của đường cong $y = -\frac{1}{2}\sin\frac{x}{3}$ tại điểm M có hoành độ $x_0 = \pi$ là:

A. $-\frac{\sqrt{3}}{12}$

B. $\frac{\sqrt{3}}{12}$

C. $-\frac{1}{12}$

D. $\frac{1}{12}$

* Cho đường cong (C): $y = f(x) = x^3$. Giả thiết này được dùng cho các câu từ 70 đến 75.

Câu 70. Phương trình tiếp tuyến với (C) tại $M_0(-1; -1)$ là kết quả nào sau đây?

A. $y = 3x - 2$

B. $y = 3x + 2$

C. $y = 3x$

D. Một kết quả khác

Câu 71. Phương trình tiếp tuyến với (C) tại điểm có $x = 1$ là kết quả nào sau đây?

A. $y = 3x$

B. $y = 3x + 2$

C. $y = 3x - 2$

D. $y = 2x - 3$

Câu 72. Phương trình tiếp tuyến với (C) biết nó có hệ số góc $k = 12$ là:

A. $y = 12x - 16$ hay $y = 12x + 16$ B. $y = 12x - 8$ hay $y = 12x + 8$

C. $y = 12x + 2$ hay $12x - 2$ D. Một kết quả khác

Câu 73. Phương trình tiếp tuyến với (C) biết nó qua điểm M(2; 0) là kết quả nào sau đây?

A. $y = 27x - 27$ hay $y = 27x + 27$

B. $y = 27x - 54$ hay $y = 27x + 54$

C. $y = 27x - 9$ hay $y = 27x - 2$

D. $y = 0$ hay $y = 27x - 54$

Câu 74. Phương trình tiếp tuyến với (C) biết nó song song với đường thẳng (d): $y = \frac{1}{3}x - 10$ là kết quả nào sau đây?

A. $y = \frac{1}{3}x - 27$ hay $y = \frac{1}{3}x + 27$ B. $y = \frac{1}{3}x + \frac{1}{3}$ hay $y = \frac{1}{3}x - \frac{1}{3}$

C. $y = \frac{1}{3}x + \frac{2}{27}$ hay $y = \frac{1}{3}x - \frac{2}{27}$ D. Một kết quả khác

Câu 75. Phương trình tiếp tuyến với (C) biết nó vuông góc với đường thẳng (Δ): $y = \frac{-x}{27} + 8$ là kết quả nào sau đây?

A. $y = 27x - 3$ hay $y = 27x + 2$

B. $y = 27x - 54$ hay $y = 27x + 54$

C. $y = \frac{-1}{27}x + 54$ hay $y = \frac{-1}{27}x - 54$

D. Một kết quả khác

Câu 76. Cho đường cong $y = \cos(\frac{\pi}{3} + \frac{x}{2})$ và điểm M thuộc đường cong. Nếu biết tiếp tuyến tại điểm M song song với đường thẳng $y = \frac{1}{2}x + 5$ thì tọa độ của M là điểm nào sau đây?

A. $M(\frac{-5\pi}{3}, 1)$ B. $M(\frac{-5\pi}{3}, -1)$

C. $M(\frac{-5\pi}{3}, 0)$ D. Một kết quả khác

Câu 77. Vơi hàm số $y = \cot^2\frac{x}{4}$ thì nghiệm cua phương trình y' = 0 là:

A. $2\pi + k\pi$ B. $\pi + k\pi$

C. $2\pi + k4\pi$ D. Một kết quả khác

Câu 78. Với hàmsố $y = \frac{\sqrt{2}}{\cos 3x}$ thì $y'\left(\frac{\pi}{3}\right)$ là:

A. $\frac{3\sqrt{2}}{2}$ B. $-\frac{3\sqrt{2}}{2}$ C. 1 D. 0

Câu 79. Với hàm số $y = -\frac{2}{\tan(1-2x)}$ thì đạo hàm bằng:

A. $\frac{-4x}{\sin^2(1-2x)}$. B. $\frac{4x}{\sin^2(1-2x)}$.

C. $\frac{-4}{\sin^2(1-2x)}$. D. $\frac{-4}{\sin(1-2x)}$.

Câu 80. Với hàm số y = cos(tanx) có đạo hàm là:

A. –sin(tanx) B. $y' = -\sin(\tan x).\frac{1}{\cos^2 x}$

C. sin(tanx). D. Một kết quả khác

§4. VI PHÂN

A/ KIẾN THỨC CƠ BẢN

* Cho hàm số y = f(x) có đạo hàm tại x là f'(x), thì vi phân của hàm số tại x là:

$$dy = df(x) = f'(x)dx$$

* Ứng dụng của vi phân: Tính gần đúng.

Hàm số y = f(x) có đạo hàm tại x_0 và Δx khá nhỏ, ta có công thức tính gần đúng

$$f(x_0 + \Delta x) \approx f(x_0) + f'(x_0)\Delta x$$

B/ BÀI TẬP TRẮC NGHIỆM

Câu 81. Cho hàm số y = 5sin2x. vi phân của hàm số tại $x = \frac{\pi}{3}$ là:

A. dy = 5dx B. dy = 10cos2x.dx

C. dy = –10cos2x.dx D. dy = –5dx

Câu 82. Cho hàm số $y = \frac{x+3}{1-2x}$, vi phân của hàm số tại $x = -3$ là:

A. $dy = \frac{1}{7}dx$ B. $dy = 7dx$ C. $dy = -\frac{1}{7}dx$ D. $dy = -7dx$

Câu 83. Cho hàm số y = sin(sinx) vi phân của hàm số tại x là:

A. sy = cos(sinx).dx B. dy = sinx(cosx)dx

C. dy = cos(sinx).cosx.dx D. dy = cos(sinx).sinx.dx

Câu 84. Cho hàm số $y = \tan\sqrt{x}$, vi phân của hàm số tại x là

A. $dy = \frac{1}{2\sqrt{x}.\cos\sqrt{x}}dx$ B. $dy = \frac{1}{2\sqrt{x}.\cos^2 x}dx$

C. $dy = \frac{1}{2\sqrt{x}.\cos^2\sqrt{x}}dx$ D. $dy = \frac{1}{2\sqrt{x}.\cos^2\sqrt{x}dx}$

Câu 85. Cho hàm so $y = \cos^2 2x$. Vi phân của hàm số tại x là:

A. dy = 4cos2xsin2xdx B. dy = 2cos2xsin2xdx

C. dy = –4cos2xsin2dx D. dy = –2cos2xsin2xdx

Câu 86. Cho hàm số $y = \frac{1-x^2}{1+x^2}$. Vi phân của hàm số tại x là

A. $dy = \frac{-4}{(1+x^2)^2}dx$ B. $dy = \frac{-4x}{(1+x^2)^2}dx$

C. $dy = \frac{-dx}{(1+x^2)^2}$ D. $dy = \frac{-4}{1+x^2}dx$

Câu 87. Cho hàm số $f(x) = \begin{cases} x^2 - x & x \ge 0 \\ 2x & x < 0 \end{cases}$

Kết quả nào dưới đây là đúng?

A. $f'(0^+) = \lim\limits_{x \to 0^+}(x^2 - x) = 0$

B. $f'(0^+) = \lim\limits_{x \to 0^+}\frac{x^2 - x}{x} = \lim\limits_{x \to 0^+} x - 1 = -1$

C. $f'(0^-) = \lim\limits_{x \to 0^-} 2x = 0$

D. df(0) = –1dx

Câu 88. Cho hàm số $f(x) = \begin{cases} \sin x & x \ge 0 \\ x & x < 0 \end{cases}$

Khẳng định nào dưới đây là sai?

A. $f'(0^+) = 1$ B. $f'(0^-) = 1$ C. df(0) = dx

D. Hàm số không có vi phân tại x = 0

§5. ĐẠO HÀM CẤP CAO

A/ KIẾN THỨC CƠ BẢN

$y = f(x)$ có đạo hàm $f'(x)$

$f''(x) = [f'(x)]'$ là đạo hàm cấp hai của $f(x)$. Ta suy ra định nghĩa đạo hàm cấp n của $f(x)$ là:

$$\boxed{f^{(n)}(x) = [f^{(n-1)}(x)]'}$$

Chuyển động có phương trình $s = f(t)$

Gia tốc tức thời của chuyển động:

$$\boxed{a = f''(t)}$$

B/ BÀI TẬP TRẮC NGHIỆM

Câu 89. Cho hàm số $y = -3x^3 + 3x^2 - x + 5$; $y^{(3)}(3)$ bằng

A. $y^{(3)}(3) = -162$ B. $y^{(3)}(3) = 0$

C. $y^{(3)}(3) = 54$ D. $y^{(3)}(3) = -18$

Câu 90. Cho hàm số $y = \frac{2}{1+x}$; $y^{(3)}(1)$ bằng

A. $-\frac{3}{4}$ B. $\frac{3}{4}$

C. $-\frac{4}{3}$ D. Một kết quả khác

Câu 91. cho hàm số $y = \frac{2}{1+x}$, dự đoán công thức $y^{(n)}(x)$ bằng

A. $(-1)^n.\frac{n!}{(1+x)^{n+1}}$ B. $(-1)^n.2.\frac{n!}{(1+x)^n}$

C. $2.(-1)^n.\frac{n!}{(1+x)^{n+1}}$ D. $2.(-1)^{n+1}.\frac{n!}{(1+x)^{n+1}}$

Câu 92. Cho hàm số $y = \frac{1}{x}$. Dự đoán công thức $y^{(n)}(x)$ là

A. $(-1)^n\frac{n!}{x^{n+1}}$ B. $\frac{n!}{x^{n+1}}$

C. $(-1)^n\frac{n!}{x^n}$ D. Một kết quả khác

Câu 93. Với hàm $y = \frac{1}{x}$; $y^{(5)}(1)$ có giá trị nào sau đây?

A. 1 B. – 5

C. – 5! D. Một kết quả khác

Câu 94. Cho hàm số $y = \sin^2 x$. Đạo hàm cấp 4 của hàm số là:

A. $-\cos^2 2x$ B. 8cos2x

C. – 8cos2x D. Một kết quả khác

Câu 95. Cho hàm số $y = \cos^2 x$; $y = \cos^2 x$; $y^{(3)}\left(\frac{\pi}{3}\right)$ bằng

A. 2 B. $2\sqrt{3}$ C. $-2\sqrt{3}$ D. – 2

Câu 96. Cho hàm số y = sinx + cosx, $y^{(3)}\left(\frac{\pi}{4}\right)$ bằng

A. $\sqrt{2}$ B. $-\sqrt{2}$

C. 0 D. Một kết quả khác

Câu 97. Với hàm số $y = \frac{1}{x^2 - 1}$, y^3 (2) là

A. $\frac{80}{27}$ B. $\frac{-80}{27}$ C. $\frac{40}{27}$ D. $\frac{-40}{27}$

Câu 98. Cho chuyển động thẳng xác định bởi phương trình $s = t^3 - 3t^2$

(t: tính bằng giây, s tính bằng mét)

Khẳng định nào sau đây là đúng?

A. Vận tốc của chuyển động khi t = 3s là v = 12m/s

B. Vận tốc của chuyển động khi t = 3s là v = 24m/s

C. Ga tốc của chuyển động khi t = 4s là $a = 18m/s^2$

D. Gia tốc của chuyển động khi t = 4s là $a = 9m/s^2$

Câu 99. Cho chuyển động thẳng xác định bởi phương trình

$$s = t^3 - 3t^2 - 9t + 2$$

(t: tính bằng giây, s tính bằng mét)

Khẳng định nào sau đây là đúng?

A. Vận tốc của chuyển động bằng 0 khi t = 0 hoặc t = 3

B. Gia tốc của chuyển động tại thời điểm t = 1 là $a = 12m/s^2$

C. Gia tốc của chuyển động tại thời điểm t = 3 là $a = 12m/s^2$

D. Gia tốc của chuyển động bằng 0 khi t = 0

Câu 100. Cho hàm số $y = \cos^2 2x$ và các đạo hàm y'; y"; y"'. Giá trị của biểu thức y"' + 16y' + y" + 16y – 8 là kết quả nào sau đây?

A. 0 B. 8 C. –8 D. cos4x

HƯỚNG DẪN GIẢI - ĐÁP SỐ

Chương 1. HÀM SỐ LƯỢNG GIÁC. PHƯƠNG TRÌNH LƯỢNG GIÁC

§1. HÀM SỐ LƯỢNG GIÁC

Câu 1. Đáp số C.

Hướng dẫn: Vì y xác định $\Leftrightarrow \sin x \neq 0 \Leftrightarrow x \neq k\pi$

Câu 2. Đáp số B.

Hướng dẫn: Vì y xác định $\Leftrightarrow \cos x \neq -1 \Leftrightarrow x \neq \pi + k2\pi$

Câu 3. Đáp số D.

Hướng dẫn: Vì y xác định $\Leftrightarrow \cos x \neq 1 \Leftrightarrow x \neq k2\pi$

Câu 4. Đáp số A.

Hướng dẫn: Vì y xác định $\Leftrightarrow \begin{cases} \cos 2x \neq 0 \\ \sin 2x \neq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x \neq \dfrac{\pi}{4} + k\dfrac{\pi}{2} \\ x \neq k\dfrac{\pi}{2} \end{cases} \Leftrightarrow x \neq k\dfrac{\pi}{4}$

Câu 5. Đáp số B.

Hướng dẫn: Vì $|\sin x| \leq 1 \Rightarrow \sin x - 2 < 0, \forall x$.

Câu 6. Đáp số A.

Hướng dẫn: Vì y xác định $\Leftrightarrow \sin(2x - \frac{\pi}{3}) \neq 0$

$$\Leftrightarrow 2x - \frac{\pi}{3} \neq k\pi$$

$$\Leftrightarrow x \neq \frac{\pi}{6} + k\frac{\pi}{2}.$$

Câu 7. Đáp số A.

Hướng dẫn: Vì y xác định $\Leftrightarrow \cos x \neq 0 \Leftrightarrow x \neq \dfrac{\pi}{2} + k\pi$

Câu 8. Đáp số C.

Hướng dẫn: Vì y xác định $\Leftrightarrow \sin x \neq 0 \Leftrightarrow x \neq k\pi$

Câu 9. Đáp số D.

Câu 10. Đáp số C.

Câu 11. Đáp số A.

Câu 12. Đáp số A.

Hướng dẫn: Vì $y = \cos x + \sin x = \sqrt{2}\sin(x + \frac{\pi}{4}) \times [-\sqrt{2}; \sqrt{2}]$

Câu 13. Đáp số D.

Hướng dẫn: Vì $y = \cos x - \sin x = -\sqrt{2}\sin(x - \frac{\pi}{4}) \times [-\sqrt{2}; \sqrt{2}]$

Câu 14. Đáp số C.

Hướng dẫn: Vì $f(x) = 1 - \sin^2 x = f(-x).\ \forall x \in R$

Câu 15. Đáp số D.

Hướng dẫn: Vì $f(x) = \frac{\tan x}{\sin x} = \frac{\tan(-x)}{\sin(-x)} = f(-x).\ \forall x \in TXD$

Câu 16. Đáp số A.

Hướng dẫn: Vì $f(x) = |\sin x| = |\sin(-x)| = f(-x)\ \forall\ x \in R$

Câu 17. Đáp số A.

Hướng dẫn: Vì $f(x) = \frac{1}{2}\sin x.\cos 2x;$

$$f(-x) = \frac{1}{2}\sin(-x).\cos(-2x) = \frac{-1}{2}\sin x.\cos 2x = -f(x)$$

Câu 18. Đáp số B.

Hướng dẫn: Vì $f(x) = \text{cotg}3x$

$$\Rightarrow f(-x) = \text{cotg}3(-x) = -\text{cotg}3x = -f(x)\ \forall\ x \in D$$

Câu 19. Đáp số D.

Hướng dẫn: Dựa vào đồ thị các hàm số

Câu 20. Đáp số B.

Câu 21. Đáp số C.

Hướng dẫn: Dựa vào đồ thị hàm số $y = |\cos x| = |\text{cotg}x| = f(x)$

Câu 22. Đáp số C.

Câu 23. Đáp số A.

Hướng dẫn: Vì $y = |\sin x|$ là hàm chẵn

$\Rightarrow$ Đồ thị đối xứng qua trục tung Oy.

Câu 24. Đáp số B.

Hướng dẫn: $\forall x \in \mathbb{R}$.

Ta có: $f(-x) = \frac{1}{2}\cos(-x) + 1 = \frac{1}{2}\cos x + 1 = f(x)$

Câu 25. Đáp số B.

Hướng dẫn: Vì $y = \tan x$ là hàm lẻ.

Câu 26. Đáp số C.

Hướng dẫn: $\forall x \in [-\frac{\pi}{2}; \frac{\pi}{2}]$.

Ta có: $f(-x) = \sqrt{\cos(-x)} = \sqrt{\cos x} = f(x)$

$\Rightarrow$ f là hàm chẵn.

Câu 27. Đáp số A

Hướng dẫn: Vì $-1 \le \sin x \le 1$

$\Rightarrow -\sqrt{2} \le \sin x \le \sqrt{2}$

Câu 28. Đáp số C.

Hướng dẫn: Vì $-1 \le \cos(x + \frac{\pi}{3}) \le 1$

$\Rightarrow -1 \le 2\cos(x + \frac{\pi}{3}) + 1 \le 3$

Câu 29. Đáp số B.

Hướng dẫn: Vì $-1 \le \cos x \le 1 \Rightarrow -3 \le -3\cos x \le 3$

$\Rightarrow -2 \le -3\cos x + 1 \le 4$

Câu 30. Đáp số C.

Hướng dẫn: $0 \le 1 + \sin 2x \le 2$

$\Rightarrow 0 \le \sqrt{1 + \sin 2x} \le \sqrt{2}$

Câu 31. Đáp số A.

Hướng dẫn: Vì $\frac{1}{\cos x + 1}$ nhỏ nhất $\Leftrightarrow \cos x + 1$ **lớn nhất**

Mà $0 \le \cos x + 1 \le 2$

Câu 32. **Đáp số A.**

Hướng dẫn: Vì $y = \dfrac{2}{1 + \tan^2 x}$ nhỏ nhất

$\Leftrightarrow 1 + \tan^2 x$ lớn nhất ($\tan x \to \pm\infty$)

Câu 33. **Đáp số B.**

Hướng dẫn: Ta có: $\sin^2 x \le 1, \forall x \in R \Rightarrow y = \sin^2 x + 2 \le 3, \forall x \in R$

Câu 34. **Đáp số C.**

Câu 35. **Đáp số C.**

Câu 36. **Đáp số B.**

Câu 37. **Đáp số B.**

Câu 38. **Đáp số A.**

Hướng dẫn: Vì $0 \le 1 - \cos 2x \le 2 \Rightarrow 0 \le \sqrt{1 - \cos 2x} \le \sqrt{2}$

§2. CÔNG THỨC BIẾN ĐỔI LƯỢNG GIÁC

Câu 39. **Đáp số C.**

Trong biểu thức T thay $\dfrac{1}{2} = \sin\dfrac{\pi}{6}$

Áp dụng công thức biến đổi tổng thành tích.

Câu 40. **Đáp số C.**

Hướng dẫn: Trong biểu thức T thay $-\dfrac{1}{2} = \cos\dfrac{2\pi}{3}$

Áp dụng công thức cosa + cosb

Câu 41. **Đáp số D.**

Hướng dẫn: Viết $T = 2(\cos 4x - \dfrac{\sqrt{3}}{2}) = 2(\cos 4x - \cos\dfrac{\pi}{6})$

Câu 42. **Đáp số D.**

Câu 43. **Đáp số B.**

Hướng dẫn: ta có: $\sin x - \cos x = \sqrt{2}\sin(x - \dfrac{\pi}{4})$

Câu 44. **Đáp số C.**

Hướng dẫn: Dùng công thức biến đổi tích thành tổng.

Câu 45. **Đáp số B.**

Hướng dẫn: Ta có: $\cos120^0.\cos20^0 = \frac{1}{2}(\cos140^0 + \cos100^0)$

Câu 46. **Đáp số B.**

Hướng dẫn: Dùng công thức

$$a\sin x + b\cos x = \sqrt{a^2 + b^2}.\sin(\alpha + x)$$

$$\frac{b}{\sqrt{a^2 + b^2}} = \sin\alpha$$

Câu 47. **Đáp số C.**

Hướng dẫn: $\sin65^0.\sin45^0 = \frac{1}{2}(\cos20^0 - \cos110^0)$

Câu 48. **Đáp số B.**

Hướng dẫn: $\sin18^0.\cos36^0 = \frac{1}{2}[\sin(-18^0) + \sin54^0]$

Câu 49. **Đáp số C.**

Hướng dẫn: $\sin(\frac{\pi}{3} + x).\sin(\frac{\pi}{3} - x) = \frac{1}{2}(\cos2x - \cos\frac{2\pi}{3}) = \frac{1}{2}(\cos2x + \frac{1}{2})$

Câu 50. **Đáp số A.**

Hướng dẫn: $\sin(x + \frac{\pi}{4}).\cos(\frac{\pi}{4} - x) = \frac{1}{2}(\sin2x + \sin\frac{\pi}{2}) = \frac{1}{2}(\sin2x + 1)$

Câu 51. **Đáp số C.**

Hướng dẫn: Thay $\sqrt{3} = tg\frac{\pi}{3}$.

Áp dụng công thức: tana + tanb

Câu 52. **Đáp số B.**

Hướng dẫn: $\frac{\cos x + \cos y}{\sin x + \sin y} = \frac{2\cos\frac{x+y}{2}.\cos\frac{x-y}{2}}{2\sin\frac{x+y}{2}\cos\frac{x-y}{2}} = \cot\frac{x+y}{2}$

Câu 53. **Đáp số A.**

Hướng dẫn: $\frac{\cos x - \cos 3x}{\sin x - \sin 3x} = \frac{2\sin2x.\sin x}{2\cos2x.\sin(-x)} = -\tan2x$

Câu 54. Đáp số C.

Hướng dẫn: $\dfrac{\sin 5a + \sin a}{\cos 5a - \cos a} = \dfrac{2.\sin 3a.\cos 2a}{-2\sin 3a.\sin 2a} = -\cot 2a$

Câu 55. Đáp số B.

Hướng dẫn: Vì cosA + cosB = sinA + sinB

$\Leftrightarrow \cos\dfrac{A+B}{2}.\cos\dfrac{A-B}{2} = 2.\sin\dfrac{A+B}{2}.\cos\dfrac{A-B}{2}$

$\Leftrightarrow \sin\dfrac{C}{2} = \sin\dfrac{A+B}{2}$ (vì trong ΔABC có $\dfrac{A+B}{2} = \dfrac{\pi}{2} - \dfrac{C}{2}$)

$\Leftrightarrow C = A + B$

$\Leftrightarrow$ ΔABC vuông tại C.

Câu 56. Đáp số B.

Hướng dẫn:

$(\tan x + \tan 2x)(\cos x + \cos 3x) = \dfrac{\sin 3x}{\cos x.\cos 2x} \times 2\cos 2x.\cos x = 2\sin 3x$

Câu 57. Đáp số D.

Hướng dẫn: Vì $\begin{cases} \cos(x - \dfrac{\pi}{2}) = \cos(\dfrac{\pi}{2} - x) = \sin x \\ \sin(x + \dfrac{\pi}{2}) = \cos(-x) = \cos x \end{cases}$

Câu 58. Đáp số D.

Câu 59. Đáp số B.

Hướng dẫn: Áp dụng công thức asinx + bcosx = $\sqrt{a^2 + b^2}\cos(x - \alpha)$

$$\sqrt{a^2 + b^2} = \sqrt{2}$$

$$\frac{a}{\sqrt{a^2 + b^2}} = \frac{\sqrt{2}}{2} : \sqrt{2} = \frac{1}{2} = \cos\frac{\pi}{3}$$

Câu 60. Đáp số D.

Hướng dẫn: Viết $T = 2(\sin(x + \dfrac{\pi}{4}) - \dfrac{\sqrt{2}}{2})$

$$T = 2[\sin(x + \frac{\pi}{4}) - \sin\frac{\pi}{4}]$$

§3. PHƯƠNG TRÌNH LƯỢNG GIÁC

Câu 61. Đáp số C.

Hướng dẫn: $2\sin x = -\sqrt{3} \Leftrightarrow \sin x = -\frac{\sqrt{3}}{2} = \sin(-\frac{\pi}{3})$

Phương trình có 2 nghiệm: $\left[\begin{array}{l} x = -\frac{\pi}{3} + k2\pi \\ x = \frac{4\pi}{3} + k2\pi \end{array}\right.$.

Câu 62. Đáp số A.

Hướng dẫn: $-\text{tg}x = \sqrt{3}$

$\Leftrightarrow \text{tg}x = \text{tg}(-\frac{\pi}{3})$

$\Leftrightarrow x = -\frac{\pi}{3} + k\pi$

Câu 63. Đáp số C.

Hướng dẫn: $\cos 2x = 1 \Leftrightarrow \cos 2x = \cos 0$

$\Leftrightarrow 2x = k2\pi \Leftrightarrow x = k.\pi$

Câu 64. Đáp số D.

Hướng dẫn: $\sin 2x = 0 \Leftrightarrow \sin 2x = \sin 0$

$\Leftrightarrow 2x = k\pi \Leftrightarrow x = k\frac{\pi}{2}$

Câu 65. Đáp số A.

Hướng dẫn: $\cos(2x - \frac{\pi}{2}) = 0 \Leftrightarrow 2x - \frac{\pi}{2} = \frac{\pi}{2} + k\pi$

$\Leftrightarrow 2x = \pi + k\pi \Leftrightarrow x = \frac{\pi}{2} + k.\frac{\pi}{2}$

Câu 66. Đáp số B.

Hướng dẫn: Phương trình $\sin 2x = \frac{\sqrt{3}}{2} - \sin\frac{\pi}{3} \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x = \frac{\pi}{6} + k\pi \\ x = \frac{\pi}{3} + k\pi \end{array}\right.$

Lấy các nghiệm trong $[0, 2\pi]$ cho $k = 0$; $k = 1$.

Câu 67. Đáp số C.

Câu 68. Đáp số D.

Câu 69. Đáp số B.

Hướng dẫn: $1 + tg2x = 0 \Leftrightarrow tg2x = -1 \Leftrightarrow tg2x = tg(-\frac{\pi}{4})$

$$\Leftrightarrow 2x = -\frac{\pi}{4} + k\pi$$

$$\Leftrightarrow x = -\frac{\pi}{8} + k.\frac{\pi}{2}$$

Cho $k = 0, 1, 2, 3$.

Câu 70. Đáp số C.

Hướng dẫn: Phương trình có nghĩa $\Leftrightarrow \begin{cases} \cos x \neq 0 \\ \sin x \neq -1 \end{cases}$

Câu 71. Đáp số D.

Câu 72. Đáp số D.

Hướng dẫn: (3) $\Leftrightarrow \cos x + \sqrt{2} = 0$ mà $\cos x + \sqrt{2} > 0, \forall x$

Vậy phương trình vô nghiệm.

Câu 73. Đáp số C.

Hướng dẫn: (4) $\Leftrightarrow 2\sin x + \sqrt{2} = 0 \Leftrightarrow \sin x = -\frac{\sqrt{2}}{2} = \sin(-\frac{\pi}{4})$.

$$\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x = -\frac{\pi}{4} + k2\pi \\ x = \frac{5\pi}{4} + k2\pi \end{array}\right.$$

Câu 74. Đáp số C.

Hướng dẫn: phương trình $\Leftrightarrow \cos 2x = -\frac{\sqrt{3}}{2} = \cos\frac{5\pi}{6}$

$$\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} 2x = \frac{5\pi}{6} + k2\pi \\ 2x = -\frac{5\pi}{6} + k2\pi \end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x = \frac{5\pi}{12} + k2\pi \\ x = -\frac{5\pi}{12} + k\pi \end{array}\right.$$

Câu 75. Đáp số A.

Hướng dẫn: (1) $\Leftrightarrow \sin 2x = \frac{3 + m}{2}$

Để phương trình (1) có nghiệm $\Leftrightarrow -1 \leq \frac{3 + m}{2} \leq 1$

$$\Leftrightarrow -2 \leq 3 + m \leq 2$$

$$\Leftrightarrow -5 \leq m \leq -1$$

Câu 76. Đáp số C.

Hướng dẫn: phương trình (2) $\Leftrightarrow \cos(2x - \frac{\pi}{3}) = 2 + m$

Để phương trình (2) có nghiệm $\Leftrightarrow -1 \leq 2 + m \leq 1$

$\Leftrightarrow -3 \leq m \leq -1$

Câu 77. Đáp số D

Hướng dẫn: Là phương trình dạng asinx + bcosx = c

Để phương trình có nghiệm $\Leftrightarrow a^2 + b^2 \geq c^2$

tức: $1^2 + (\sqrt{3})^2 \geq m^2 \Leftrightarrow |m| \leq 2$

Câu 78. Đáp số D.

Hướng dẫn: phương trình vô nghiệm $\Leftrightarrow a^2 + b^2 < c^2$

$\Leftrightarrow 1 + (\sqrt{3})^2 < (2m)^2 \Leftrightarrow 4 < 4m^2$

$\Leftrightarrow m^2 > 1 \Leftrightarrow |m| > 1$

Câu 79. Đáp số A.

Hướng dẫn: Phương trình vô nghiệm $\Leftrightarrow 1 + (m - 1)^2 < 1$

$\Leftrightarrow (m - 1)^2 < 0$

Câu 80. Đáp số B

Hướng dẫn: $\cos x + \sqrt{3}\sin = \sqrt{3}$ có $\sqrt{a^2 + b^2} = \sqrt{4} = 2$

$$\frac{1}{\sqrt{a^2 + b^2}} = \frac{1}{2} = \sin\frac{\pi}{6}$$

Phương trình $\Leftrightarrow 2\sin(x + \frac{\pi}{6}) = \sqrt{3} \Leftrightarrow \sin(x + \frac{\pi}{6}) = \frac{\sqrt{3}}{2} = \sin\frac{\pi}{3}$

$$\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x + \frac{\pi}{6} = \frac{\pi}{3} + k2\pi \\ x + \frac{\pi}{6} = \frac{2\pi}{3} + k2\pi \end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x = \frac{\pi}{6} + k2\pi \\ x = \frac{\pi}{2} + k2\pi \end{array}\right.$$

Câu 81. Đáp số D.

Hướng dẫn: Phương trình có $\sqrt{a^2 + b^2} = \sqrt{4} = 2$

$$\frac{b}{\sqrt{a^2 + b^2}} = \frac{1}{2} = \sin\frac{\pi}{6}$$

Phương trình $\Leftrightarrow 2\sin(x + \frac{\pi}{6}) = -1 \Leftrightarrow \sin(x + \frac{\pi}{6}) = -\frac{1}{2} = \sin(-\frac{\pi}{6})$

$$\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x = -\frac{\pi}{3} + k2\pi \\ x = \pi + k2\pi \end{array}\right.$$

Câu 82. Đáp số A

Hướng dẫn: phương trình $\Leftrightarrow \sin x - m = 0 \Leftrightarrow \sin x = m$

Để phương trình có nghiệm: $|m| \le 1$

Câu 83. Đáp số C.

Hướng dẫn: phương trình $\Leftrightarrow \cos^2 x = -m$

Để phương trình có nghiệm: $\begin{cases} -m \ge 0 \\ -m \le 1 \end{cases} \Leftrightarrow -1 \le m \le 0$

Câu 84. Đáp số B.

Hướng dẫn: phương trình $\Leftrightarrow 6\sin^2 x - 5\sin x + 1 = 0$

$$\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} \sin x = \frac{1}{2} \\ \sin x = \frac{1}{3} \end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x = \frac{\pi}{6} + k2\pi \\ x = \frac{5\pi}{6} + k2\pi \\ x = \arcsin\frac{1}{3} + k2\pi \\ x = \pi - \arcsin\frac{1}{3} + k2\pi \end{array}\right.$$

Câu 85. Đáp số B.

Hướng dẫn: Vì $\cos x = 0 \Rightarrow 3\sin^2 x = 0$ (không thỏa) nên chia hai vế cho $\cos^2 x$ thì:

Phương trình: $\Rightarrow 3\text{tg}^2 x - 2\text{tg}x - 1 = 0$

$$\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} \text{tg}x = 1 \\ \text{tg}x = -\frac{1}{3} \end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x = \frac{\pi}{4} + k\pi \\ x = \arctan\left(\frac{-1}{3}\right) + k\pi \end{array}\right.$$

Câu 86. Đáp số B.

Hướng dẫn: $\cos x = 0$. Không thỏa phương trình nên chia 2 vế cho $\cos^2 x$ thì:

Phương trình: $\Leftrightarrow 2tg^2x - tgx - 1 = 0$

$$\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} tgx = 1 \\ tgx = -\dfrac{1}{2} \end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x = \dfrac{\pi}{4} + k\pi \\ x = arctg(-\dfrac{1}{2}) + k\pi \end{array}\right.$$

Câu 87. Đáp số D.

Hướng dẫn: Phương trình $\Leftrightarrow 2sinx.cosx - cos^2x = 0$

$$\Leftrightarrow cosx.(2sinx - cosx) = 0$$

$$\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} \cos x = 0 \\ 2\sin x - \cos x = 0 \end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x = k2\pi \\ x = arctg\dfrac{1}{2} + k2\pi \end{array}\right.$$

Câu 88. Đáp số C.

Hướng dẫn: Phương trình $\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} \cos x = 1 \\ \cos x = 2 \text{ (vô nghiệm)} \end{array}\right.$

$$\Leftrightarrow x = k2\pi$$

Câu 89. Đáp số C.

Hướng dẫn: Phương trình $\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} \sin x = 1 \\ \sin x = \dfrac{1}{4} \end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x = \dfrac{\pi}{2} + k2\pi \\ x = \arcsin\dfrac{1}{4} + k2\pi \\ x = \pi - \arcsin\dfrac{1}{4} + k2\pi \end{array}\right.$

Câu 90. Đáp số D.

Hướng dẫn: Phương trình $\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} \tan x = 1 \\ \tan x = \dfrac{3}{2} \end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x = \dfrac{\pi}{4} + k\pi \\ x = \arctan\dfrac{3}{2} + k\pi \end{array}\right.$

Câu 91. Đáp số B.

Hướng dẫn: phương trình $\Leftrightarrow cos^2x - (2cos^2x - 1) + 2(1 - cos^2x) = 0$

$$\Leftrightarrow -3cos^2x + 3 = 0 \Leftrightarrow cosx = \pm 1 \Leftrightarrow x = k\pi$$

Câu 92. Đáp số A.

Hướng dẫn: phương trình $\Leftrightarrow 2x = x + \dfrac{\pi}{4} + k\pi$

$$\Leftrightarrow x = \dfrac{\pi}{4} + k\pi$$

Câu 93. Đáp số B.

Hướng dẫn: phương trình ⇔ $\cot g\left(2x - \frac{\pi}{4}\right) = 1$

$$\Leftrightarrow 2x - \frac{\pi}{4} = \frac{\pi}{4} + k\pi \Leftrightarrow x = \frac{\pi}{4} + k\frac{\pi}{2}$$

Câu 94. Đáp số C.

Hướng dẫn: phương trình vô nghiệm

$$\Leftrightarrow m^2 + (m - 1)^2 < 1$$

$$\Leftrightarrow 2m^2 - 2m < 0 \text{ hay } m(m - 1) < 0$$

$$\Leftrightarrow 0 < m < 1$$

Bài 95. Đáp số D.

Hướng dẫn: Viết phương trình dưới dạng: $\cos\left(3x - \frac{\pi}{4}\right) = \frac{1 - m}{\sqrt{3}}$

Để phương trình có nghiệm ⇔ $\left|\frac{1 - m}{\sqrt{3}}\right| \le 1$

$$\Leftrightarrow -\sqrt{3} \le 1 - m \le \sqrt{3}$$

$$\Leftrightarrow 1 - \sqrt{3} \le m \le 1 + \sqrt{3}$$

Câu 96. Đáp số B.

Hướng dẫn:

Phương trình ⇔ $\cos(x - 75^0) = \frac{\sqrt{2}}{2} \Leftrightarrow \cos(x - 75^0) = \cos 45^0$

$$\Leftrightarrow x - 75^0 = \pm 45^0 + k360^0$$

$$\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x = 75^0 + 45^0 + k360^0 \\ x = 75^0 - 45^0 + k360^0 \end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x = 120^0 + k360^0 \\ x = 30^0 + k360^0 \end{array}\right.$$

Câu 97. Đáp số C.

Hướng dẫn: $\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} \cos 3x - 1 = 0 \\ \sin x + 1 = 0 \end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} \text{cox}3x = 1 \\ \sin x = -1 \end{array}\right.$

$$\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x = k\frac{2\pi}{3} \\ x = -\frac{\pi}{4} + k\pi \end{array}\right.$$

Câu 98. Đáp số A.

Hướng dẫn:

Phương trình $\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} \sqrt{2}.\sin 2x - 1 = 0 \\ \cos x - \sqrt{2} = 0 \end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} \sin 2x = \dfrac{\sqrt{2}}{2} \\ \cos x = \sqrt{2} \end{array}\right.$ (vô nghiệm)

$$\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} 2x = \dfrac{\pi}{4} + k2\pi \\ 2x = \dfrac{3\pi}{4} + k2\pi \end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x = \dfrac{\pi}{8} + k\pi \\ x = \dfrac{3\pi}{8} + k\pi \end{array}\right.$$

Câu 99. Đáp số B.

Hướng dẫn:

- $\cos x = 0 \Rightarrow \sin^2 x = 1 \Leftrightarrow x = \dfrac{\pi}{2} + k\pi$
- $\cos x \neq 0$: phương trình trở thành:

$$2 - 6\sqrt{3}\tan x - 4\tan^2 x = -4(1 + \tan^2 x)$$

$$\Leftrightarrow 6\sqrt{3}\tan x - 6 = 0 \Leftrightarrow \tan x = \frac{\sqrt{3}}{3} = \tan\frac{\pi}{6}$$

Đáp số $x = \dfrac{\pi}{2} + k\pi;\ x = \dfrac{\pi}{6} + k\pi$

Câu 100. Đáp số C.

Hướng dẫn: $\cos 2x + \cos 3x + \cos 7x = 0$

$$\Leftrightarrow \cos 2x + 2\cos 5x.\cos 2x = 0$$

$$\Leftrightarrow \cos 2x\,(1 + 2\cos 5x) = 0$$

$$\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} \cos 2x = 0 \Leftrightarrow 2x = \dfrac{\pi}{2} + k\pi \\ 1 + 2\cos x = 0 \Leftrightarrow \cos 5x = -\dfrac{1}{2} = \cos\dfrac{2\pi}{3} \end{array}\right.$$

$$\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x = \dfrac{\pi}{4} + k\dfrac{\pi}{2} \\ x = \dfrac{2\pi}{15} + k\dfrac{2\pi}{5} \\ x = -\dfrac{2\pi}{15} + k\dfrac{2\pi}{5} \end{array}\right.$$

Chương 2. TỔ HỢP VÀ XÁC SUẤT

Câu 1. Đáp số C.

Hướng dẫn: Có $A_4^3 = 4 \times 3 \times 2 = 24$ số gồm 3 chữ số khác nhau.

Câu 2. Đáp số A.

Hướng dẫn: Người nữ chỉ có thể ngồi từ ghế 1 → ghế 9.

Có 9 (cách) chọn

Câu 3. Đáp số C.

Hướng dẫn: Số cách chọn 10 học sinh vào 3 ghế chức vụ khác nhau là:

$$A_{10}^3 = 10 \times 9 \times 8 = 720$$

Câu 4. Đáp số A.

Hướng dẫn: Để chọn một món duy nhất ta có:

$$4 + 6 + 3 = 13 \text{ (cách)}$$

Câu 5. Đáp số B.

Hướng dẫn: Để chọn mỗi thứ một món sẽ có:

$$4 \times 6 \times 3 = 72 \text{ (cách)}$$

Câu 6. Đáp số D.

Hướng dẫn: $\dfrac{6!}{4!} = \dfrac{4!.5.6}{4!} = 30$

Câu 7. Đáp số C.

Hướng dẫn: $\dfrac{(n+3)!}{(n+1)!} = \dfrac{(n+1)!(n+2).(n+3)}{(n+1)!} = n^2 + 5n + 6$

Câu 8. Đáp số B.

Hướng dẫn: $A_{10}^2 = 10 \times 9 = 90$

Câu 9. Đáp số B.

Hướng dẫn: $A_{10}^k = 720 = 10.9.8 \Rightarrow k = 3$

Câu 10. Đáp số C.

Hướng dẫn: $A_n^3 = 24 \Leftrightarrow n.(n-1).(n-2) = 24$

Ta chọn $n = 4 > 3$

Câu 11. Đáp số D.

Hướng dẫn: $A_n^2 + A_{2n}^2 = 110 \Leftrightarrow n.(n - 1) + 2n(2n - 1) = 110$

Ta chọn $n = 5 > 2$

Câu 12. Đáp số B.

Hướng dẫn: $A_{2n}^2 - 24 = A_n^2 \Leftrightarrow 2n(2n - 1) - 24 = n(n - 1)$

$\Leftrightarrow 3n^2 - n - 24 = 0$

Ta chọn: $n = 3 > 2$

Câu 13. Đáp số A.

Hướng dẫn: $C_{10}^3 = \dfrac{10.9.8}{1.2.3} = 120$

Câu 14. Đáp số C.

Hướng dẫn: $C_n^3 = 10 \Rightarrow n = 5$

Câu 15. Đáp số A.

Hướng dẫn: $C_{10}^k = 210 \Rightarrow n = 4$

Câu 16. Đáp số C.

Hướng dẫn: $1!.0! = 1 \times 1 = 1$

Câu 17. Đáp số C.

Câu 18. Đáp số D.

Hướng dẫn: $C_n^7 = 120 \Leftrightarrow \dfrac{A_n^7}{7!} = 120 \Leftrightarrow A_n^7 = 120 \times 7!$

Câu 19. Đáp số B.

Câu 20. Đáp số A.

Hướng dẫn: Có $P_5 = 5! \Leftrightarrow 1.2.3.4.5 = 120$ (cách) chọn 5 người ngồi vào bàn dài

Câu 21. Đáp số D

Hướng dẫn: Có $A_6^4 = 6.5.4.3 = 360$ (cách) chọn 6 người ngồi vào 4 chỗ

Câu 22. Đáp số C.

Hướng dẫn: Số đường thẳng là: $C_{10}^2 = 45$

Câu 23. Đáp số A.

Hướng dẫn: Có $A_{10}^2 = 10.9 = 90$ vectơ khác nhau tạo bởi 2 trong 10 điểm trên.

Câu 24. Đáp số C.

Hướng dẫn: Số đoạn thẳng nối 10 đỉnh là C_{10}^2, bớt 10 cạnh thì số đường chéo là:

$$C_{10}^2 - 10 = 35$$

Câu 25. Đáp số B.

Hướng dẫn: Số hạng chứa x^3 là: $C_6^3(-x)^3 = -20x^3$

Câu 26. Đáp số C.

Hướng dẫn: Số hạng thứ 3 là: $C_5^2(\frac{x}{2})^3.(\frac{-4}{x})^2 = \frac{5.4}{1.2} \times \frac{x^3}{8} \times \frac{16}{x^2} = 20x$

Câu 27. Đáp số B.

Hướng dẫn: Có (8 + 6 + 10) = 24 đồ vật khác nhau.

Chọn 1 đồ vật, theo nguyên tắc cộng có 24 (cách)

Câu 28. Đáp số C.

Hướng dẫn: Có 8 (cách) chọn 1 trong 8 bút chì
Có 6 (cách) chọn 1 trong 6 bút chì
Có 10 (cách) chọn 1 trong 10 bút chì

Chọn đồng thời mỗi tập một thứ

$6 \times 6 \times 10$ (cách) = 480

Câu 29. Đáp số D.

Hướng dẫn:

Chọn 1 bút chì; 1 bút chì có $8 \times 6 = 48$ (cách)

Chọn 1 bút chì; 1 cuốn tập có $8 \times 10 = 80$ (cách)

Chọn 1 bút chì; 1 cuốn tập có $6 \times 10 = 60$ (cách)

Có: 48 + 80 + 60 (cách) chọn 2 đồ vật trong các đồ vật co.

Câu 30. Đáp số A.

Hướng dẫn:

Tổng số hộp đựng bút: 12 + 18 = 30 (hộp)

Chọn 1 trong 30 hộp có 30 (cách)

Câu 31. Đáp số D.

Hướng dẫn:

Chọn 1 hộp bút chì màu đỏ có 12 (cách)

Chọn 1 hộp bút chì màu xanh có 18 (cách)

Chọn 2 hộp (1 hộp màu đỏ, 1 hộp màu xanh) có:

$12 \times 18 = 216$ (cách)

Câu 32. Đáp số C.

Hướng dẫn:

Chọn 1 học sinh khối 12 có: 5 (cách)

Chọn 1 học sinh khối 11 có 4 (cách)

Chọn 1 học sinh lớp 10 có 3 (cách)

Vậy chọn 3 học sinh trong đó mỗi khối một em có:

$$5 \times 4 \times 3 = 60 \text{ (cách)}$$

Câu 33. Đáp số C.

Hướng dẫn:

a) Chọn 1 học sinh khối 12 có 5 (cách)

Chọn 2 học sinh trong 7 học sinh của khối 10 và 11 có:

$$C_7^2 \text{ (cách)} = 21 \text{ (cách)}$$

Vậy có $5 \times C_7^2 = 105$ (cách)

b) Chọn 2 học sinh khối 12 có C_5^2 (cách)

Chọn 1 trong các học sinh của khối 10, khối 11 có 7 (cách)

Vậy có: $7 \times C_5^2 = 70$ (cách)

c) Cho 3 học sinh khối 12 có $C_5^3 = 10$ (cách)

Vậy có: $105 + 70 + 10 = 185$ (cách)

Câu 34. Đáp số C.

Hướng dẫn:

a) Chọn 1 học sinh khối 10 có 3 (cách)

Chọn 2 học sinh khối 11, 12 có C_9^2 (cách)

Có $3 \times C_9^2 = 108$ (cách)

b) Chọn 2 học sinh khối 10 có C_3^2 (cách)

Chọn 1 học sinh trong 2 khối 11 và 12 có 9 (cách)

Chọn $9 \times C_3^2 = 9 \times 3 = 37$ (cách)

c) Chọn 3 học sinh thuộc khối 10 có 1 (cách)

Vậy: $108 + 27 + 1 = 136$ (cách)

Câu 35. Đáp số B.

Hướng dẫn:

Đội tuyển có: 5 + 4 + 3 = 12 (học sinh)

Chọn 3 trong 12 có $C_{12}^{3} = 220$ (cách)

Câu 36. Đáp số A.

Hướng dẫn:

Số có 3 chữ số: $\overline{abc}$

a: có 7 (cách) chọn

b: có 6 (cách) chọn

c: có 5 (cách) chọn

Vậy có 7 × 6 × 5 = 210 (số)

Câu 37. Đáp số D.

Hướng dẫn:

Vì $\overline{abc}$ lẻ

⇒ c: có 4 (cách) chọn trong các số: 1, 3, 5, 7

Mỗi cách sắp xếp các số còn lại vào a, b là một chỉnh hợp chập 2 của 6

⇒ có A_6^2 (cách) tức 30 (cách)

Vậy có 4 × 30 = 120 (số) có 3 chữ số thỏa.

Câu 38. Đáp số A.

Hướng dẫn:

Vì $\overline{abc}$ chẵn

⇒ c: có 3 (cách) chọn trong các số 2, 4, 8

Ở vị trí a, b có A_6^2 (cách) sắp xếp các số còn lại.

Vậy: 3 × 30 = 90 (số) có 3 chữ số thỏa.

Câu 39. Đáp số B.

Hướng dẫn:

Số có 3 chữ số: $\overline{abc}$

a: có 6 (cách) chọn trong các số 1, 2, 3, 4, 5, 6

Ở vị trí b, c có $A_6^2 = 30$ (cách) sắp xếp các số còn lại

Vậy có 6 × 30 = 180 (số)

Câu 40. Đáp số A.

Hướng dẫn:

Với $\overline{abc}$

a: có 6 (cách) chọn vì $(a \neq 0)$

b: có 7 (cách) chọn

c: có 7 (cách) chọn

Vậy có $6 \times 7 \times 7 = 294$ (số)

Câu 41. Đáp số C.

Hướng dẫn:

$\overline{abc}$ là số chẵn

$\Rightarrow$ c: có 4 (cách) chọn trong các số 0, 2, 4, 6

Nếu $c \neq 0 \Rightarrow$ c: có 3 (cách) chọn

a: có 5 (cách) chọn vì $(a \neq 0)$

b: có 5 (cách) chọn

Vậy có: $3 \times 5 \times 5 = 75$ (số)

Nếu $c = 0 \Rightarrow$ a: có 6 (cách) chọn

b: có 5 (cách) chọn

Vậy có: $6 \times 5 = 30$ (số)

Vậy có $30 + 75 = 105$ (số) phải tìm.

Câu 42. Đáp số B.

Hướng dẫn:

Số có 4 chữ số khác nhau $\overline{abcd}$

a: có 5 (cách) chọn

b: có 5 (cách) chọn

c: có 4 (cách) chọn

d: có 3 (cách) chọn

Vậy có $5 \times 5 \times 4 \times 3 = 300$ (số) có 4 chữ số khác nhau.

Câu 43. Đáp số B.

Hướng dẫn:

Vì a, b, c, d không có giả thiết phải khác nhau

a: có 5 (cách) chọn

b: có 6 (cách) chọn

c: có 6 (cách) chọn

d: có 6 (cách) chọn

Vậy có $5 \times 6 \times 6 \times 6 = 1080$ (số)

Câu 44. Đáp số A.

Hướng dẫn:

Số có 4 chữ số khác nhau: $\overline{abcd}$

a) d = 0 ⇒ a: có 5 (cách) chọn

b: có 4 (cách) chọn

c: có 3 (cách) chọn

Vậy có $5 \times 4 \times 3 = 60$ (số)

b) $d \neq 0$ ⇒ d: có 2 (cách) chọn trong các số 2, 4

a: có 4 (cách) chọn

b: có 4 (cách) chọn

c: có 3 (cách) chọn

Vậy có $2 \times 4 \times 4 \times 3 = 96$ (số)

Tóm lại có: $60 + 96 = 156$ (số)

Câu 45. Đáp số C.

Hướng dẫn:

$\overline{abcd}$ là số lẻ ⇒ d: có 3 (cách) chọn trong các số 1, 3, 5

a: có 4 (cách) chọn vì $a \neq 0$; $a \neq d$

b: có 4 (cách) chọn

c: có 3 (cách) chọn

Vậy có $3 \times 4 \times 4 \times 3 = 144$ (số)

Câu 46. Đáp số A.

Hướng dẫn: 7 hộp bút chì màu đỏ ⇒ có C_7^2 (cách) = 21

Câu 47. Đáp số B.

Hướng dẫn: 5 hộp bút chì màu xanh ⇒ có $C_5^2 = 10$ (cách)

Câu 48. Đáp số B.

Hướng dẫn:

Chọn 2 hộp bút màu đỏ có: C_7^2 (cách)

Chọn 2 hộp bút màu xanh có: C_5^2 (cách)

Có $21 \times 10 = 210$ (cách)

Câu 49. Đáp số C.

Hướng dẫn:

Đi từ A → B có: 6 (cách) chọn

Đi từ B → A có: 5 (cách) chọn.

Vì không chọn phương tiện đi từ A → B

Vậy có $6 \times 5 = 30$ (cách)

Câu 50. Đáp số C.

Hướng dẫn:

Có 6! (cách) sắp xếp 6 người có đánh số phân biệt ($6! = 720$)

Câu 51. Đáp số C.

Hướng dẫn:

Tổng số người 12.

Chọn 3 trong 12.

Số cách là $C_{12}^3 = 220$

Câu 52. Đáp số A.

Hướng dẫn:

Chọn 3 người mang quốc tịch Anh có 1 (cách)

Chọn 3 người mang quốc tịch Trung Quốc có C_4^3 (cách)

Chọn 3 người mang quốc tịch Việt Nam có C_5^3 (cách)

Vậy có $1 + C_4^3 + C_5^3 = 15$

Câu 53. Đáp số B.

Hướng dẫn:

Chọn 1 người mang quốc tịch Anh có: 3 (cách)

Chọn 1 người mang quốc tịch Trung Quốc có 4 (cách)

Chọn 1 người mang quốc tịch Việt Nam có 5 (cách)

Vậy có: $3 \times 4 \times 5 = 60$ (cách) chọn 3 người khác quốc tịch.

Câu 54. Đáp số C.

Hướng dẫn:

Có 8! cách sắp xếp các bức tranh này:

$$8! = 40320$$

Câu 55: Đáp số C.

Hướng dẫn: Có 6! Cách sắp xếp các pho tượng

Câu 56. Đáp số C.

Hướng dẫn: Có 4! cách sắp xếp các pho tượng

Câu 57. Đáp số C.

Hướng dẫn: n! = 720 mà 120 = 5!

$\Rightarrow n! = 5!$

$\Rightarrow n = 5$

Câu 58. Đáp số D.

Hướng dẫn: n! = 620 mà 620 = 4.5.31

n! là tích của các số tự nhiên liên tiếp

620 không là tích của các số tự nhiên liên tiếp

Câu 59. Đáp số D.

Hướng dẫn: n! = 720

$720 = 1.2.3.4.5.6 = 6!$

Vậy $n! = 6! \Rightarrow n = 6$

Câu 60. Đáp số B.

Hướng dẫn: $A_n^3 = 24 \Leftrightarrow n(n-1)(n-2) = 24$

Vì $n \in N^*$ và $n \geq 3$ nên n = 4 nhận

Câu 61. Đáp số B.

Hướng dẫn: $A_n^3 = 24 \Leftrightarrow n = 4 \Rightarrow P_4 = 4! = 24$

Câu 62. Đáp số C.

Hướng dẫn: $A_n^2 = 6 \Leftrightarrow n(n-1) = 6 \Leftrightarrow n^2 - n - 6 = 0$

Chọn $n = 3 \Rightarrow P_n = P_3 = 1 \times 2 \times 3 = 6$

Câu 63. Đáp số B.

Hướng dẫn: $A_n^2 = C_n^2.2! = 10.2 = 20$

Câu 64. Đáp số C.

Hướng dẫn: $A_n^3 = C_n^3.3! = 10.2.3 = 60$

Câu 65. Đáp số C.

Câu 66. Đáp số B

Câu 67. Đáp số D.

Hướng dẫn: Gieo 4 đồng xu có 2 mặt S, N thì số phần tử của không gian mẫu là $2^4 = 16$

Câu 68. Đáp số A.

Hướng dẫn: Số phần tử của không gian mẫu là: $C_7^2 = 21$

Câu 69. Đáp số C.

Hướng dẫn: Số phần tử của không gian mẫu là: $6 \times 6 = 36$

Câu 70. Đáp số B.

Hướng dẫn: Số phần tử của không gian mẫu là: $6 \times 2 = 12$

Câu 71. Đáp số B.

Hướng dẫn: $A \cap B = \varnothing$ thì A, B có thể xung khắc, tức chúng có thể không cùng xảy ra.

Câu 72. Đáp số C.

Hướng dẫn: Hai biến cố độc lập, nếu biến cố này không xảy ra thì biến có kia xảy ra.

Câu 73. Đáp số C.

Hướng dẫn: $P = \frac{3}{12} = \frac{1}{4}$

Câu 74. Đáp số B

Hướng dẫn: $P = \frac{1}{8}$

Câu 75. Đáp số C.

Hướng dẫn: Biến cố ít nhất 2 đồng xu có mặt N là: NNN, NNS, NSN, SNN nên xác suất phải tìm $\frac{4}{8} = \frac{1}{2}$

Câu 76. Đáp số B.

Hướng dẫn: Biến cố ít nhất một đồng xu có mặt N sẽ có 7 phần tử nên xác suất phải tìm là $\frac{7}{8}$

Câu 77. Đáp số A.

Hướng dẫn:

Rút ngẫu nhiên 2 bi đỏ có $C_4^2 = 6$ (cách)

Rút 2 bi từ 6 bi xanh, 4 bi đỏ có $C_{10}^2 = 45$ (cách)

Vậy xác suất phải tìm: $P = \frac{6}{45} = \frac{2}{15}$

Câu 78. Đáp số C.

Hướng dẫn:

Số cách rút 2 bi không có bi đỏ: $C_6^2 = 15$ (cách)

Số cách rút 2 bi có ít nhất 1 bi đỏ là $C_{10}^2 - C_6^2 = 30$

Xác suất phải tìm: $P = \dfrac{30}{45} = \dfrac{2}{3}$

Câu 79. Đáp số A.

Hướng dẫn:

Số các rút 2 bi có đúng 1 bi đỏ là $C_6^1 . C_4^1 = 6 \times 4 = 24$

Xác suất phải tìm là: $P = \dfrac{24}{45} = \dfrac{8}{15}$

Câu 80. Đáp số D.

Hướng dẫn:

Xác suất rút 2 bi xanh (không có bi đỏ) là:

$$P = \frac{C_6^2}{45} = \frac{15}{45} = \frac{1}{3}$$

Câu 81. Đáp số D.

Hướng dẫn:

Xác suất để rút 1 bi đỏ lần đầu:

$$P(A) = \frac{C_3^1}{10} = \frac{3}{10}$$

Sau đó rút 1 bi xanh lần 2 là:

$$P(B) = \frac{C_7^1}{9} = \frac{7}{9}$$

Xác suất rút được 1 bi đỏ lần đầu tiên và 1 bi xanh lần 2 là:

$$P(A \cap B) = P(A).P(B) = \frac{21}{90}$$

Câu 82. Đáp số D.

Hướng dẫn:

Tương tự xác suất rút được 1 bi xanh lần đầu tiên và 1 bi đỏ lần 2 là:

$$P = \frac{C_7^1}{10} \times \frac{C_3^1}{9} = \frac{7}{10} \times \frac{3}{9} = \frac{21}{90}$$

$$P = \frac{7}{30}$$

Câu 83. Đáp số D.

Hướng dẫn:

Để có 1 mặt con xúc sắc có 5 chấm duy nhất ta có 10 trường hợp

=> Xác suất gieo 2 xúc sắc để đúng một mặt 5 chấm duy nhất là:

$$P = \frac{10}{36} = \frac{5}{18}$$

Câu 84. Đáp số B.

Hướng dẫn:

Số trường hợp để 2 mặt xúc sắc có số chấm bằng nhau là 6

Nên $P = \frac{6}{36} = \frac{1}{6}$

Câu 85. Đáp số C.

Hướng dẫn:

Số trường hợp để tổng số chấm ở 2 mặt của 2 con xúc sắc bằng 8 là:

(2, 6); (3, 5); (5, 3); (4, 4)

Nên có $P = \frac{5}{36}$

Câu 86. Đáp số B.

Hướng dẫn:

Số chấm ở hai mặt xúc sắc trắng nhỏ hơn số chấm ở mặt xúc sắc đen có 15 trường hợp

nên $P = \frac{15}{36}$

Câu 87. Đáp số B.

Hướng dẫn:

A là biến cố để xúc sắc có 5 chấm duy nhất

B là biến cố để số chấm 2 mặt xúc sắc bằng nhau.

$$P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B)$$

$$= \frac{5}{18} + \frac{1}{6} - 0 = \frac{4}{9}$$

Câu 88. Đáp số C.

Hướng dẫn:

Biến cố phải tìm là (6, 2); (2, 6)

nên $P = \frac{2}{36} = \frac{1}{18}$

Câu 89. Đáp số D.

Hướng dẫn:

Để một mặt xúc sắc có 6 chấm mà số chấm ở mặt xúc sắc trắng nhỏ hơn số chấm ở mặt xúc sắc đen thì 6 chấm chỉ xuất hiện ở xúc sắc đen. Vậy có 5 trường hợp xảy ra cho xúc sắc trắng hay

$P = \frac{5}{36}$

Câu 90. Đáp số D.

Hướng dẫn:

A, B độc lập thì $P(A \cap B) = P(A).P(B)$

$P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B) = P(A) + P(B) - P(A).P(B)$

$\Leftrightarrow \frac{1}{2} = \frac{1}{3} + x - \frac{1}{3}x \Leftrightarrow x = \frac{1}{4}$

Câu 91. Đáp số B.

Hướng dẫn:

A, B xung khắc thì $P(A \cap B) = 0$

$\Rightarrow P(A \cap B) = P(A) + P(B)$

$\Leftrightarrow \frac{1}{2} = \frac{1}{3} + x \Leftrightarrow x = \frac{1}{6}$

Câu 92. Đáp số C.

Hướng dẫn: $P(A \cup B) = P(A) + P(B) = 0,6 + 0,4 = 1$

Câu 93. Đáp số A.

Hướng dẫn: $P(A \cap B) = P(A) + P(B) - P(A \cup B)$

$$= \frac{3}{8} + \frac{1}{5} - \frac{3}{10} = \frac{15 + 8 - 12}{40} = \frac{11}{40}$$

Câu 94. Đáp số D.

Hướng dẫn: $P(\frac{A}{B}) = \frac{P(A \cap B)}{P(A)} = \frac{\frac{11}{40}}{\frac{3}{8}} = \frac{11}{40} \times \frac{8}{3} = \frac{11}{15}$

Câu 95. Đáp số B.

Hướng dẫn: $\overline{A} \cup \overline{B} = \overline{A \cap B} \Rightarrow P(\overline{A} \cup \overline{B}) = P(\overline{A \cap B})$

$$= 1 - P(A \cap B)$$

$$= 1 - \frac{11}{40} = \frac{29}{40}$$

Câu 96. Đáp số A.

Hướng dẫn: $\overline{A} \cap \overline{B} = \overline{A \cup B} \Rightarrow P(\overline{A} \cap \overline{B}) = P(\overline{A \cup B})$

$$= 1 - P(A \cup B)$$

$$= 1 - \frac{3}{10} = \frac{7}{10}$$

Câu 97. Đáp số D.

Câu 98. Đáp số B.

Hướng dẫn:

Ta có không gian mẫu khi xạ thủ bắn vào một bia 4 lần liên tiếp là $2^4 = 16$

Mỗi biến cố có 4 phần tử, chẳng hạn biến cố bắn trúng liên tiếp 4 lần là: {Đ, Đ, Đ, Đ}

Ta có: bảng phân phối xác suất của X:

X	0	1	2	3	4
P	$\frac{1}{16}$	$\frac{4}{16}$	$\frac{6}{16}$	$\frac{4}{16}$	$\frac{1}{16}$

Do đó kỳ vọng của X là:

$$E(X) = 0.(\frac{1}{16}) + 1(\frac{4}{16}) + 2.(\frac{6}{16}) + 3(\frac{4}{16}) + 4(\frac{1}{16}) = 2$$

Câu 99. Đáp số A.

Hướng dẫn:

Phương sai của biến X là:

$$V(X) = (0 - 2)^2.\frac{1}{16} + (1 - 2)^2.\frac{4}{16} + (2 - 2)^2.\frac{6}{16} + (3 - 2)^2.\frac{4}{16} + (4 - 2)^2.\frac{1}{16} = 1$$

Câu 100. Đáp số A.

Hướng dẫn: Độ lệch chuẩn X là:

$$\sigma(X) = \sqrt{V(X)} = 1$$

Chương 3. DÃY SỐ – CẤP SỐ CỘNG CẤP SỐ NHÂN

§1. DÃY SỐ

Câu 1. Đáp số B.

Hướng dẫn: Thay n = 1, 2, 3, 4, 5 vào số hạng U_n ta được:

$$-\frac{1}{2};\ \frac{-2}{3};\ \frac{-3}{4};\ \frac{-4}{5};\ \frac{-5}{6}$$

Câu 2. Đáp số C.

Hướng dẫn: $U_n = \dfrac{1}{n^2+n} \le \dfrac{1}{2}$ và $\dfrac{1}{n^2+n} > 0\ \forall\, n \in N^*$

Chứng tỏ dãy bị chặn

Câu 3. Đáp số B.

Hướng dẫn: $U_n = = \dfrac{-1}{n}$ bị chặn dưới bởi số M = − 1

Vì $\dfrac{-1}{n} > -1\ \forall\, n \in N^*$

Câu 4. Đáp số B.

Hướng dẫn: $U_n = a.3^n;\ U_{n+1} = a.3^{n+1}$

$$U_{n+1} - U_n = a.3^{n\pm1} - a.3^n = 2a.3^n$$

Câu 5. Đáp số B.

Hướng dẫn: Từ $U_n = \dfrac{a-1}{n^2}$ thay n = n + 1 ta được:

$$U_{n+1} = \frac{a-1}{(n+1)^2}$$

Câu 6. Đáp số C.

Hướng dẫn: $U_n = \dfrac{a-1}{n^2}$; $U_{n+1} = \dfrac{a-1}{(n+1)^2}$

$$U_{n+1} - U_n = \frac{a-1}{(n+1)^2} - \frac{a-1}{n^2} = (a-1)\left(\frac{-2n-1}{(n+1)^2.n^2}\right) = (1-a).\frac{2n+1}{(n+1)^2.n^2}$$

Câu 7. Đáp số A.

Hướng dẫn: Từ $U_n = \frac{an^2}{n+1}$ thay n = n + 1 ta được:

$$U_{n+1} = \frac{a.(n+1)^2}{n+1+1} = \frac{a(n+1)^2}{n+2}$$

Câu 8. Đáp số C.

Hướng dẫn: $U_{n+1} - U_n = \frac{a(n^2+3n+1)}{(n+1)(n+2)}$

- $a > 0 \Rightarrow U_{n+1} - U_n > 0 \Rightarrow$ là dãy tăng
- $a < 0 \Rightarrow U_{n+1} - U_n < 0 \Rightarrow$ là dãy giảm

Câu 9. Đáp số B.

Câu 10. Đáp số C.

Hướng dẫn: Cho n lần lượt 1, 2, 3, 4, 5 vào $U_n = 7n + 1$ ta được 5 số hạng đầu của dãy số.

Câu 11. Đáp số C.

Hướng dẫn: Nhận xét từ số hạng thứ 2 trở đi, mẫu số lớn hơn tử số 1 đơn vị

$\Rightarrow U_n = \frac{n-1}{n}$

Câu 12. Đáp số B.

Hướng dẫn: $U_n = \frac{1}{10^n} = 0,\underbrace{00.....0}_{n-1 \text{ chữ số } 0}1$

Câu 13. Đáp số C.

Hướng dẫn: Thay n lần lượt 1, 2, 3, 4, 5 vào số hạng $U_n = (-1)^n$

Ta được 5 số hạng đầu: -1, 1, -1, 1, -1

Câu 14. Đáp số D.

Hướng dẫn: Thay n lần lượt là 1, 2, 3, 4, 5 vào số hạng

$U_n = -2 + 2(n-1)$ ta được 5 số hạng đầu tiên của dãy số.

Câu 15. Đáp số C.

Câu 16. Đáp số D.

Hướng dẫn: $U_n = \frac{k}{3^n}$; $U_{n+1} = \frac{k}{3^{n+1}}$

$$U_{n+1} - U_n = k.\left(\frac{1}{3^{n+1}} - \frac{1}{3^n}\right) = \frac{-2k}{3^{n+1}} < 0 \text{ khi } k > 0$$

$U_{n+1} - U_n > 0$ tức $U_{n+1} < U_n$

Hay (U_n) là dãy giảm

Câu 17. Đáp số C.

Hướng dẫn: Đây là dãy số không tăng không giảm.

Câu 18. Đáp số A.

Hướng dẫn: Khi $n = 5 \Rightarrow U_5 = \sqrt{5-1} = \sqrt{4} = 2 \neq \sqrt{5}$

Câu 19. Đáp số D.

Hướng dẫn: Vì $U_{n+1} - U_n = -2n < 0 \ \forall\, n \in N^*$

$\Rightarrow U_{n+1} < U_n \Rightarrow$ là dãy số giảm

Câu 20. Đáp số B.

Hướng dẫn:

$$\left.\begin{array}{l} U_n = 5 \\ U_2 - U_1 = 1 \\ U_3 - U_2 = 2 \\ \dots\dots\dots \\ U_{n-1} - U_{n-2} = n - 2 \\ U_n - U_{n-1} = n - 1 \end{array}\right\} \Rightarrow \begin{array}{l} U_n = 5 + 1 + 2 + \dots + (n-2) + (n-1) \\ \quad\ = 5 + \dfrac{(n-1).n}{2} \end{array}$$

Câu 21. Đáp số D.

Hướng dẫn:

$$\left.\begin{array}{l} U_1 = 1 \\ U_2 - U_1 = (-1)^2 = 1 \\ U_3 - U_2 = (-1)^4 = 1 \\ \dots\dots\dots\dots \\ U_{n-1} - U_{n-2} = (-1)^{2(n-2)} = 1 \\ U_n - U_{n-1} = (-1)^{2(n-1)} = 1 \end{array}\right\} \Rightarrow \begin{array}{l} U_n = 1 + \underbrace{1 + 1 + \dots + 1}_{(n-1)\text{ số}} \\ U_n = n \end{array}$$

Câu 22. Đáp số A.

Hướng dẫn:
$$\left.\begin{array}{l} U_1 = 1 \\ U_2 - U_1 = (-1)^3 = -1 \\ U_3 - U_2 = (-1)^5 = -1 \\ \dots\dots\dots\dots \\ U_{n-1} - U_{n-2} = (-1)^{2n-3} = -1 \\ U_n - U_{n-1} = (-1)^{2n-1} = -1 \end{array}\right\}$$

Cộng từng vế: $U_n = 1 + \underbrace{(-1) + (-1) + \dots + (-1)}_{(n-1)\text{ số}} = 2 - n$

Câu 23. Đáp số C.

Hướng dẫn: Ta có

$$\begin{cases} U_1 = 1 \\ U_2 - U_1 = 1^2 \\ U_3 - U_2 = 2^2 \\ \ldots\ldots\ldots \\ U_n - U_{n-1} = (n-1)^2 \end{cases} \Rightarrow \begin{aligned} U_n &= 1 + 1^2 + 2^2 + \ldots + (n-1)^2 \\ &= 1 + \frac{(n-1).n.(2n-1)}{6} \end{aligned}$$

Câu 24. Đáp số A.

Hướng dẫn: Ta có

$$\begin{cases} U_1 = 2 \\ U_2 - U_1 = 1 \\ U_3 - U_3 = 3 \\ \ldots\ldots \\ U_n - U_{n-1} = 2n - 3 \end{cases} \Rightarrow \begin{aligned} U_n &= 2 + 1 + 3 + \ldots + (2n-3) \\ &= 2 + n^2 - (2n-1) \\ &= 2 + (n-1)^2 \end{aligned}$$

Câu 25. Đáp số C.

Hướng dẫn: Viết một vãi số hạng đầu của của dãy số, dự đoán số hạng tổng quát, chứng minh bằng quy nạp.

$$U_1 = -2$$

$$U_2 = -2 - \frac{1}{(-2)} = -2 + \frac{1}{2} = -\frac{3}{2}$$

$$U_3 = -2 - (-\frac{2}{3}) = -2 + \frac{2}{3} = -\frac{4}{3}$$

$$U_4 = -2 - (-\frac{3}{4}) = -2 + \frac{3}{4} = -\frac{5}{4}$$

Dự đoán $U_n = \frac{-(n+1)}{n}$

Câu 26. Đáp số B.

Hướng dẫn:

$$\left.\begin{aligned} &U_1 = \frac{1}{2} \\ &U_2 - U_1 = -2 \\ &U_3 - U_2 = -2 \\ &\ldots\ldots \\ &U_n - U_{(n-1)} = -2 \end{aligned}\right\} \Rightarrow \begin{aligned} &U_n = \frac{1}{2} + (-2).(n-1) \\ &= U_n = \frac{1}{2} - 2(n-1) \end{aligned}$$

Câu 27. Đáp số D.

Hướng dẫn: Viết một vài số hạng đầu của dãy số, dự đoán số hạng tổng quát, chứng minh bằng quy nạp

$$U_1 = -1;\ U_2 = \frac{-1}{2};\ U_3 = \frac{-1}{4} = \frac{-1}{2^2};\ U_4 = \frac{-1}{8} = \frac{-1}{2^3}$$

Dự đoán: $U_n = (-1).\left(\frac{1}{2}\right)^{n-1}$

Câu 28. Đáp số B.

Hướng dẫn:

$U_1 = 2$

$U_2 = 2.2 = 2^2$

$U_3 = 2.2^2 = 2^3$

....

Vậy $U_n = 2.2^{n-1} = 2^n$

Câu 29. Đáp số D

Hướng dẫn:

$U_1 = -\frac{1}{2}$

$U_2 = 2.(-\frac{1}{2}) = -1$

$U_3 = 2.(-1) = -2^1$

$U_4 = 2.(-2) = -1.2^2$

$U_5 = 2.(-4) = -1.2^3$

Vậy $U_n = (-1).2^{n-2} = -2^{n-2}$

Câu 30. Đáp số B

Hướng dẫn: Ta có: $U_{n+1} - U_n = \frac{-1}{n^2 + 2n + 2} + \frac{1}{n^2 + 1}$

$$= \frac{2n + 1}{(n^2 + 2n + 2)(n^2 + 1)} > 0\ \forall n \in N^*$$

Suy ra $U_{n+1} > U_n \Rightarrow$ dãy tăng

Câu 31. Đáp số C.

Hướng dẫn: Đây là dãy không tăng, không giảm.

Ví dụ: $n = 1 \Rightarrow U_1 = \sin\pi = 0$

$n = 2 \Rightarrow U_2 = \sin\frac{\pi}{2} = 1$

$n = 3 \Rightarrow U_3 = \sin\frac{\pi}{4} = \frac{\sqrt{2}}{2}$

§2. CẤP SỐ CỘNG

Câu 32. Đáp số B

Hướng dẫn: Dãy số $\frac{1}{2}; \frac{1}{2^2}; \frac{1}{2^3}$ không phải là cấp số cộng

Vì $\frac{1}{4} - \frac{1}{2} \neq \frac{1}{8} - \frac{1}{4}$

Câu 33. Đáp số A.

Hướng dẫn: đây không phải là cấp số cộng

Vì $\frac{1}{2} - 1 = -\frac{1}{2} \neq \frac{1}{3} - \frac{1}{2}$.

Câu 34. Đáp số D.

Câu 35. Đáp số C.

Hướng dẫn: $U_6 = U_1 + (6-1)d \Rightarrow 27 = -3 + 5d$

$\Leftrightarrow 5d = 30$

$\Leftrightarrow d = 6$

Câu 36. Đáp số A.

Hướng dẫn: $U_8 = U_1 + (8-1)d \Rightarrow 26 = \frac{1}{3} + 7d$

$\Rightarrow 7d = 26 - \frac{1}{3} = \frac{77}{3}$

$\Rightarrow d = \frac{11}{3}$

Câu 37. Đáp số C.

Hướng dẫn: $U_7 = = U_1 + 6.d \Rightarrow -0,1 + 0,6$

Câu 38. Đáp số C.

Hướng dẫn: $U_7 = -U_1 + 6d \Rightarrow U_7 = 5,9$

$U_6 = -0,1 + 5 \Rightarrow U_6 = 4,9$

$U_4 -0,1 + 3 \Rightarrow U_4 = 2,9$

Câu 39. Đáp số D.

Hướng dẫn: $U_8 = U_1 + 7.d = 0,3 + 7d \Rightarrow 7d = 7,7$

$\Rightarrow d = 1,1$

$U_7 = U_8 - d = 8 - 1,1 = 6,9$

Câu 40. Đáp số A.

Hướng dẫn: Ta có: $U_1 = 2$; $U_5 = 22 \Rightarrow d = 5$

Vậy 3 số xen giữa: 7, 12, 17

Câu 41. Đáp số C.

Hướng dẫn: Ta có: $U_1 = \frac{1}{3}$; $U_6 = \frac{16}{3} \Rightarrow d = 1$

Vậy 4 số xen giữa: $\frac{4}{3}; \frac{7}{3}; \frac{10}{3}; \frac{13}{3}$

Câu 42. Đáp số B.

Hướng dẫn: $U_{n+1} = 7 - 2(n + 1) = 5 - 2n$

Câu 43. Đáp số C.

Hướng dẫn: $U_{n+1} = \frac{1}{2}(n + 1) + 1 = \frac{1}{2}n + \frac{3}{2}$

Vậy $U_{n+1} - U_n = \frac{1}{2}n + \frac{3}{2} - \frac{1}{2}n - 1 = \frac{1}{2}$

Câu 44. Đáp số A.

Hướng dẫn: Đây là cấp số cộng vì:

$U_{n+1} = 2n + 7$

$U_{n+1} - U_n = 2n + 7 - 2n - 5 \Rightarrow d = 2$

Câu 45. Đáp số C.

Hướng dẫn: $U_n = U_1 + (n - 1)d$

$$\Rightarrow U_n = -3 + (n - 1).\frac{1}{2}$$

Câu 46. Đáp số C.

Hướng dẫn:

Áp dụng công thức: $U_5 = U_4 + 4(-\frac{1}{4}) = -\frac{3}{4}$

$$S_5 = \frac{5.(U_1 + U_5)}{2} = \frac{5(\frac{1}{4} - \frac{3}{4})}{2} = -\frac{5}{4}$$

Câu 47. Đáp số A.

Hướng dẫn: Áp dụng công thức

$$S_n = \frac{n(2U_1 + (n-1).d)}{2}$$

$$\Rightarrow S_8 = \frac{8.(2U_1 + 7(-2))}{2}$$

$$\Rightarrow 72 = 4(2U_1 - 14) \Rightarrow U_1 = 16$$

Câu 48. Đáp số D.

Hướng dẫn: $S_5 = -0,5 = \dfrac{5(2U_1 + 4.0,1)}{2}$

$$\Rightarrow -1 = 10U_1 + 2$$

$$\Rightarrow U_1 = -0,3$$

Câu 49. Đáp số D.

Hướng dẫn:

$$S_5 = 483 = \frac{n([2(-1) + (n - 1).2]}{2}$$

$$\Rightarrow 483 = n(-1 + n - 1)$$

$$\Rightarrow n^2 - 2n - 483 = 0$$

$$\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} n = 23 \\ n = -21 \text{ (loại)} \end{array}\right.$$

Câu 50. Đáp số D.

Hướng dẫn:

Ta có: $S_n = 8\sqrt{3} = \dfrac{n(2\sqrt{2} + (n - 1)(-\sqrt{2}))}{2}$

$$\Rightarrow 16\sqrt{2} = (-n^2 + 3n).\sqrt{2}$$

$$\Rightarrow n^2 - 3n + 16 = 0 \text{ (vô nghiệm)}$$

Tức S không là tổng của các số hạng của cấp số cộng.

Câu 51. Đáp số D.

Hướng dẫn: $\dfrac{n}{2}[2\sqrt{2} + (n - 1)(-\sqrt{2})] = 8\sqrt{2}$ (vô nghiệm)

Câu 52.

Hướng dẫn: $S_n = 8\sqrt{2} = \dfrac{2\sqrt{2} + (n - 1)\sqrt{2}}{2}$

$$\Leftrightarrow n^2 - 3n + 16 = 0 \text{ (vô nghiệm)}$$

Tức S_n không là tổng của các số hạng của cấp số cộng

Câu 53. Đáp số C.

Hướng dẫn: 3 số: $1 - x$, x^2, $1 + x$ lập thành cấp số cộng

$$\Rightarrow x^2 = \frac{1 - x + 1 + x}{2} \Leftrightarrow x^2 = 1 \Leftrightarrow x = \pm 1$$

Câu 54. Đáp số B.

Hướng dẫn: 3 số $1 + 2x$, $2x^2 - 1$, $-2x$ lập thành cấp số cộng

$$\Leftrightarrow 2x^2 - 1 = \frac{1 + 2x - 2x}{2} \Leftrightarrow 2x^2 - 1 = \frac{1}{2}$$

$$\Leftrightarrow 2x^2 = \frac{3}{2}$$

$$\Leftrightarrow x^2 = \frac{3}{4} \Leftrightarrow x = \pm\frac{\sqrt{3}}{2}$$

Câu 55. Đáp số A.

Hướng dẫn: 3 số $1 + 3a$, $a^2 + 5$, $1 - a$ lập thành cấp số cộng

$$\Leftrightarrow a^2 + 5 = \frac{1 + 3a + 1 - a}{2}$$

$$\Leftrightarrow a^2 + 5 = a + 1$$

$$\Leftrightarrow a^2 - a + 4 = 0 \text{ (vô nghiệm)}$$

Vậy không có giá trị nào của a.

Câu 56. Đáp số B.

Hướng dẫn: a, b, c lập thành cấp số cộng

$$\Leftrightarrow b = \frac{a + c}{2} \Leftrightarrow 2b = a + c$$

mà: $a^2 - c^2 = (a - c).(a + c)$

$$\Rightarrow a^2 - c^2 = (a - c).2b = 2ab - 2bc$$

Câu 57. Đáp số C.

Hướng dẫn: Ta có: $2b = a + c \Rightarrow 4b^2 = a^2 + c^2 + 2ac$

$$\Leftrightarrow 4b^2 - 2ac = a^2 + c^2$$

Mặt khác:

$$2ab + 2bc - 2ac = 2b.(a + c) - 2ac$$

$$= 4b^2 - 2ac = a^2 + c^2$$

Vậy: $a^2 + c^2 = 2ab + 2bc - 2ac$.

Câu 58. Đáp số B.

Hướng dẫn: Ta có: $2b = a + c \Leftrightarrow -4b = -2a - 2c$

Trong dãy số: $-2b$; $-2a$; $-2c$

Ta có: $2.(-2b) = -2a - 2c$ (theo giả thiết)

Câu 59. Đáp số C.

Hướng dẫn: Ta có: $U_4 = U_1 + 3.d \quad \Rightarrow -12 = U_1 + 3d \quad (1)$

$U_{14} = U_1 + 13.d \quad \Rightarrow 18 = U_1 + 13d \quad (2)$

Từ (1) và (2) $\Rightarrow 10d = 30 \Rightarrow d = 3$

$d = 3 \Rightarrow U_1 = 18 - 39 = -21$

Đáp số $\begin{cases} U_1 = -21 \\ d = 3 \end{cases}$

Câu 60. Đáp số A.

Hướng dẫn:

$$\left.\begin{array}{r} \text{Từ } U_4 = -12 \\ U_{14} = 18 \end{array}\right\} \Rightarrow \begin{array}{l} U_1 = -21 \\ d = 3 \end{array}$$

Vậy $S_{16} = \dfrac{16.(2.(-21) + 15.3)}{2} = 24$

Câu 61. Đáp số B.

Hướng dẫn: Ta có: $U_5 = -15 = U_1 + 4d$ (1)

$U_{20} = 60 = U_1 + 19d$ (2)

Từ (1) và (2) $\Rightarrow 15d = 75$

$\Rightarrow d = 5$

Vậy $U_1 = -15 - 20 = -35 \Rightarrow \begin{cases} U_1 = -35 \\ d = 5 \end{cases}$

$$\Rightarrow S_{20} = \frac{20.[2.(-35) + 19.5]}{2} = 250$$

Câu 62. Đáp số C.

Hướng dẫn: Từ kết quả của câu 61

$$\Rightarrow \begin{cases} U_1 = -35 \\ d = 5 \end{cases}$$

$$\Rightarrow S_{20} = \frac{20.[2.(-35) + 19.5]}{2} = 250.$$

Câu 63. Đáp số C.

Hướng dẫn: Ta có: $U_2 + U_3 = 20 \Rightarrow 2U_1 + 3d = 20$

$U_5 + U_7 = -29 \Rightarrow 2U_1 + 10d = -29$

Giải hệ: $\begin{cases} 2U_1 + 3d = 20 \\ 2U_1 + 10d = -29 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} d = -7 \\ U_1 = 20,5 \end{cases}$

Câu 64. Đáp số B.

Hướng dẫn:

Áp dụng công thức: $S_{20} = \dfrac{20.(-2 + U_{20})}{2}$; $d = -3$

$U_{20} = (-2) + 19.(-3) = -59$

$S_{20} = 10.(-61) = -610$

Câu 65. Đáp số C.

Hướng dẫn:

Giả sử ΔABC $\widehat{A} = 25^0 \Rightarrow \widehat{A} + \widehat{B} + \widehat{C} = 180^0$

hay $25^0 + \widehat{B} + \widehat{C} = 180^0$

$\Rightarrow \widehat{B} + \widehat{C} = 155^0 \qquad (1)$

Mặt khác: $2\widehat{B} = 25^0 + \widehat{C} \Rightarrow 2\widehat{B} - \widehat{C} = 25^0 \qquad (2)$

Từ (1) và (2) $\Rightarrow \widehat{B} = 60^0 \Rightarrow \widehat{C} = 95^0$

Câu 66. Đáp số C.

Hướng dẫn:

- ABCD có $\widehat{A} = 30^0$

  $\Rightarrow 30^0, 30^0 + d, 30^0 + 2d, 30^0 + 3d$
- $\widehat{A} + \widehat{B} + \widehat{C} + \widehat{D} = 360^0$

  $\Rightarrow 30^0 + 30^0 + d + 30^0 + 2d + 30^0 + 3d = 360^0$

  $\Rightarrow 6d = 240^0 \Rightarrow d = 40^0$
- $\widehat{A} = 30^0 \Rightarrow \widehat{B} = 70^0; \widehat{C} = 110^0; \widehat{D} = 150^0.$

Câu 67. Đáp số C.

Hướng dẫn: $U_{20} = \frac{1}{2} + 19.(-1) = -18{,}5$

Câu 68. Đáp số B.

Hướng dẫn: $\left.\begin{array}{l} U_n = \dfrac{2n-1}{3} \\ U_{n+1} = \dfrac{2n+1}{3} \end{array}\right\} \Rightarrow U_{n+1} - U_n = \dfrac{2}{3}$

Câu 69. Đáp số C.

Hướng dẫn:

$\left.\begin{array}{l} U_n = \dfrac{1}{n+1} \\ U_{n+1} = \dfrac{1}{n+2} \end{array}\right\} \Rightarrow$ $U_{n+1} - U_n = \dfrac{-1}{(n+2).(n+1)}$ không phải là cấp số cộng.

Câu 70. Đáp số A.

Hướng dẫn: Dãy số có $U_n = \dfrac{2n^2 - 1}{3}$ không phải là cấp số cộng

Vì $U_{n+1} - U_n = \dfrac{2(2n+1)}{3}$

§3. CẤP SỐ NHÂN

Câu 71. Đáp số C.

Hướng dẫn: Giả sử $U_n = 1 \Rightarrow U_{n+1} = -1$

$$\frac{U_{n+1}}{U_n} = \frac{-1}{1} = -1 \Rightarrow q = -1$$

Câu 72. Đáp số C

Hướng dẫn: Nếu $U_n = \frac{1}{2^n}$ thì khi thay $n = 1 \Rightarrow U_1 = \frac{1}{2}$

Câu 73. Đáp số A.

Hướng dẫn: $U_{n+1} : U_n = -\frac{1}{3}$

Câu 74. Đáp số B.

Hướng dẫn: $U_{n+1} : U_n = -1$

Câu 75. Đáp số B.

Hướng dẫn: Áp dụng công thức: $U_7 = U_1.q^6 \Rightarrow -32 = -\frac{1}{2}.q^6$

$$\Rightarrow q^6 = 64 = 2^6$$

$$\Rightarrow q = \pm 276.D$$

Câu 76. Đáp số D.

Câu 77. Đáp số A.

Hướng dẫn: Áp dụng công thức $U_n = U_1 . q^{n-1} = 4.(-4)^{n-1}$

$$= (-1).(-4).(-4)^{n-1}$$

$$= (-1).(-4)^n$$

$$= -(-4)^n$$

Câu 78. Đáp số D.

Hướng dẫn: $U_6 = 0,00001 = \frac{1}{10^5} = (-1).q^5$

$$\Rightarrow q^5 = \left(\frac{-1}{10}\right)^5 \Rightarrow q = -\frac{1}{10}$$

$$U_n = (-1).\left(\frac{-1}{10}\right)^{n-1} \text{ hay } U_n = \frac{(-1)^n}{10^{n-1}}$$

Câu 79. Đáp số B.

Hướng dẫn: $\left(\frac{1}{10}\right)^{103} = (-1).\left(\frac{-1}{10}\right)^{n-1} \Rightarrow 103 = n - 1 \Rightarrow n = 104$

Câu 80. Đáp số C.

Hướng dẫn: ta có $U_n = 3.(-2)^{n-1} = 192 \Rightarrow (-2)^{n-1} = 64 = (-2)^6$

$$\Rightarrow n - 1 = 6 \Rightarrow n = 7$$

Câu 81. Đáp số C.

Hướng dẫn: $222 = 3\left(\frac{-1}{2}\right)^{n-1} \Leftrightarrow \left(\frac{-1}{2}\right)^{n-1} = 74$ (vô nghiệm)

Câu 82. Đáp số D.

Hướng dẫn:

Để 3 số lập thành cấp số nhân $\Leftrightarrow (\sqrt{n})^2 = \frac{-1}{\sqrt{2}}.\sqrt{2} = -1$ (vô lý)

Câu 83. Đáp số B.

Hướng dẫn:

Vì $\frac{-1}{5}$, a, $\frac{-1}{125}$ là một cấp số nhân

$$\Rightarrow a^2 = \frac{-1}{5}.\frac{-1}{125} = \frac{1}{5^4} \Rightarrow a = \pm\frac{1}{25}$$

Câu 84. Đáp số A.

Hướng dẫn:

Để lập thành cấp số nhân $\Leftrightarrow x^2 = (-1).0,64$

$$\Leftrightarrow x^2 = -0,64 \text{ (VN)}$$

Câu 85. Đáp số B.

Hướng dẫn: Vì từ $U_{n+1} = -\sqrt{2}.U_n \Rightarrow \frac{U_{n+1}}{U_n} = -\sqrt{2}$

Câu 86. Đáp số B.

Hướng dẫn: $U_n = \left.\begin{matrix} U_n = \frac{1}{4^{n-2}} \\ U_{n+1} = \frac{1}{4^{n-1}} \end{matrix}\right\} \Rightarrow \frac{U_{n+1}}{U_n} = \frac{1}{4^{n-1}} \times 4^{n-2} = \frac{1}{2}$

Câu 87. Đáp số C.

Hướng dẫn: $\left.\begin{array}{l} U_n = 4^n \\ U_{n+1} = 4^{n+1} \end{array}\right\} \Rightarrow \dfrac{U_{n+1}}{U_n} = \dfrac{4^{n+1}}{4^n} = 4 > 1$

$\Rightarrow U_n < U_{n+1} \Rightarrow$ Dãy số tăng.

Câu 88. Đáp số A. $\left.\begin{array}{l} U_n = \dfrac{1}{10^n} \\ U_{n+1} = \dfrac{1}{10^{n+1}} \end{array}\right\} \Rightarrow \dfrac{U_{n+1}}{U_n} = \dfrac{10^n}{10^{n+1}} = \dfrac{1}{10} < 1$

Câu 89. Đáp số D.

Hướng dẫn: $\left.\begin{array}{l} U_1 = -1 \\ q = \sqrt{2} \end{array}\right\} \Rightarrow U_6 = (-1).(\sqrt{2})^5 = -4.\sqrt{2}$

Câu 90. Đáp số C.

Hướng dẫn: $k \geq 2 \Rightarrow U_k = U_1.q^{k-1}$

Câu 91. Đáp số D.

Hướng dẫn: $U_n = \sqrt{U_{n-1}.U_{n+1}}$ $(n \geq 2)$

Câu 92. Đáp số C.

Hướng dẫn: Để 3 số $2x - 1$, x, $2x + 1$ lập thành cấp số nhân

$\Leftrightarrow x^2 = (2x - 1).(2x + 1)$

$\Leftrightarrow x^2 = 4x^2 - 1 \Leftrightarrow 3x^2 = 1$

$\Leftrightarrow x^2 = \dfrac{1}{3} \Leftrightarrow x = \pm\dfrac{1}{\sqrt{3}}$

Câu 93. Đáp số A.

Hướng dẫn: ta phải có:

$(x + 1)^2 = (x - 2).(3 - x)$

$\Leftrightarrow 2x^2 - 3x + 7 = 0$ (VN)

Không có giá trị nào của x thỏa mãn.

Câu 94. Đáp số B.

Hướng dẫn: $\left.\begin{array}{l} U_n = x^{n-1} \\ U_{n+1} = x^n \end{array}\right\} \Rightarrow \dfrac{U_{n+1}}{U_n} = \dfrac{x^n}{x^{n-1}} = x$

Vậy $\div\div$ có $U_1 = 1$; $q = x$

Câu 95. Đáp số C.

Hướng dẫn: là cấp số nhân có $\begin{cases} U_1 = x \\ q = -x^2 \end{cases}$

$$S_n = \frac{U_1(1-q^n)}{1-q} = \frac{x.(1-(-x^2)^n)}{1-(-x^2)} = \frac{x\left[1-(-x^2)^n\right]}{1+x^2}$$

Câu 96. Đáp số D.

Hướng dẫn: A, B, C không phải là cấp số nhân

D là cấp số nhân $\begin{cases} U_1 = 1 \\ q = -x^2 \end{cases}$

Câu 97. Đáp số B

Hướng dẫn: Vì $\left.\begin{matrix} U_1 = 3 \\ q = \dfrac{2}{3} \end{matrix}\right\} \Rightarrow U_n = 3.\left(\dfrac{2}{3}\right)^{n-1}$

Câu 98. Đáp số B.

Hướng dẫn: $U_5 = U_1.q^4 \Rightarrow U_5 = (-3).\left(\dfrac{2}{3}\right)^4 = \dfrac{-16}{27}$

Câu 99. Đáp số B.

Hướng dẫn: Áp dụng $U_n = U_1.q^{n-1} \Rightarrow \dfrac{-96}{243} = (-3).\left(\dfrac{2}{3}\right)^5 = \left(\dfrac{2}{3}\right)^{n-1}$

$$\Leftrightarrow 5 = n - 1 \Leftrightarrow n = 6$$

Vậy $\dfrac{-96}{243}$ là số hạng thứ 6

Câu 100. Đáp số C.

Hướng dẫn: $U_5 = 16 = U_1.q^4$ (1)

$$U_2 = \frac{1}{4} = U_1.q \text{ (2)} \Rightarrow U_1 = \frac{1}{49}$$

Thay vào (1) $\Rightarrow 16 = \dfrac{1}{49}.9^4 \Rightarrow q^3 = 64 \Rightarrow q = 4$

và $\quad U_1 = \dfrac{1}{16}$

Chương 4. GIỚI HẠN VÀ LIÊN TỤC

§1. GIỚI HẠN CỦA DÃY SỐ

Câu 1. Đáp số A.

Hướng dẫn: Từ $\frac{1}{2n} < \frac{1}{100} \Rightarrow 2n > 100 \Rightarrow n > 50$

Vậy $\frac{1}{2n} < \frac{1}{100}$ kể từ số hạng thứ 51 trở đi.

Câu 2. Đáp số C.

Hướng dẫn: Từ $\frac{1}{2n+1} < \frac{1}{1000} \Rightarrow 2n + 2 > 1000$

$\Rightarrow 2n > 999 \Rightarrow n > 499$

Vậy $\frac{1}{2n+1} < \frac{1}{1000}$ kể từ số hạng thứ 500 trở đi.

Câu 3. Đáp số C.

Hướng dẫn: Ta có: $\frac{1}{2^n} < \frac{1}{2^{10}} \Leftrightarrow 2^n > 2^{10}$

Vậy phải kể từ số hạng thứ $2^{10} + 1$ trở đi

Câu 4. Đáp số A.

Hướng dẫn:

Vì $2^n > \frac{1}{2^{10}}$ Với mọi $n \in N^*$ cho nên không thể có n để $2^n < \frac{1}{2^{10}}$

Câu 5. Đáp số C.

Hướng dẫn: Áp dụng giới hạn: $\lim\limits_{n \to +\infty} q^n = 0$ với $|q| < 1$

Câu 6. Đáp số B.

Hướng dẫn: Vì $\lim \frac{1+\sqrt{n}}{n} = \lim \frac{1}{n} + \lim \frac{1}{\sqrt{n}} = 0$

Câu 7. Đáp số D.

Hướng dẫn: Vì $\lim \frac{1+n}{\sqrt{n}} = \lim \frac{1}{\sqrt{n}} + \lim \sqrt{n} = +\infty$

Câu 8. **Đáp số A.**

Hướng dẫn: Vì $\lim \frac{3^n + 2^n}{4^n} = \lim \frac{3^n}{4^n} + \lim \frac{2^n}{4^n}$

$$= \lim\left(\frac{3}{4}\right)^n + \lim\left(\frac{1}{2}\right)^n = 0$$

Câu 9. **Đáp số C.**

Hướng dẫn: $\lim \frac{-n^2 + 2n - 3}{n^2} = \lim \frac{-n^2}{n^2} + \lim \frac{2n}{n^2} + \lim \frac{-3}{n^2}$

$$= \lim(-1) + \lim \frac{2}{n} + \lim \frac{-3}{n^2} = -1$$

Câu 10. **Đáp số B.**

Vì $\lim \frac{-\frac{1}{3}\sqrt{n} + 2n}{3n} = \lim \frac{-1}{9\sqrt{n}} + \frac{2}{3} = \frac{2}{3}$

Câu 11. **Đáp số D.**

Hướng dẫn: Vì $\lim \frac{1 - 3n^2}{4 - n^2} = \lim \frac{\frac{1}{n^2} - 3}{\frac{4}{n^2} - 1} = \frac{-3}{-1} = 3$

Câu 12. **Đáp số C.**

Hướng dẫn:

$$\lim(\sqrt{n} - \sqrt{n+1}) = \lim \frac{n - n - 1}{\sqrt{n} + \sqrt{n+1}} = \lim \frac{-1}{\sqrt{n} + \sqrt{n+1}} = 0$$

Câu 13. **Đáp số C.**

Hướng dẫn: $\lim \frac{\pi}{n} = 0;$

$$\lim\sin\frac{\pi}{n} = \sin(\lim\frac{\pi}{n}) = \sin 0 = 0$$

Câu 14. **Đáp số C.**

Câu 15. **Đáp số B.**

Hướng dẫn: $\lim\left[\left(\frac{7}{3}\right)^n + 3^n\right] = \lim\left(\frac{7}{3}\right)^n + \lim 3^n$

$$= (+\infty) + (+\infty) = +\infty$$

Câu 16. Đáp số A.

Hướng dẫn: $\lim\sqrt{\dfrac{3n-5}{n^2}} = \lim\sqrt{\lim\dfrac{3}{n} - \lim\dfrac{5}{n^2}}$

$$= \sqrt{0} = 0$$

Câu 17. Đáp số D.

Hướng dẫn: $\lim\sqrt{\dfrac{n-7}{2n}} = \sqrt{\lim\dfrac{n}{2n} - \lim\dfrac{7}{2n}}$

$$= \sqrt{\lim\frac{1}{2} - 0} = \sqrt{\frac{1}{2}} = \frac{\sqrt{2}}{2}$$

Câu 18. Đáp số B.

Hướng dẫn: $\lim\cos\dfrac{2\pi}{n} = \cos\left(\lim\dfrac{2\pi}{n}\right) = \cos 0 = 1$

Câu 19. Đáp số A.

Hướng dẫn: $\lim n^2.\cos\dfrac{2\pi}{n} = \lim n^2.\ \lim\cos\dfrac{2\pi}{n} = +\infty$

Câu 20. Đáp số C.

Hướng dẫn:

$$\lim\sqrt{\frac{7-2n}{4n+5}} = \sqrt{\lim\frac{\frac{7}{n}-2}{4+\frac{5}{n}}} = \sqrt{\frac{-2}{4}} = \sqrt{\frac{-1}{2}} \text{ không tồn tại}$$

Câu 21. Đáp số C.

Hướng dẫn: Vì $q = \dfrac{3}{4}$ nên CSN lùi vô hạn có:

$$S = \frac{u_1}{1-q} = \frac{15}{1-\frac{3}{4}} = 60$$

Câu 22. Đáp số C.

Hướng dẫn: Áp dụng công thức: $S = \dfrac{U_1}{1-q} \Rightarrow q = \dfrac{1}{2}$

Suy ra: 5 số hạng đầu tiên của cấp số:

50; 25; 12,5; 6,25; 3,125

Câu 23. Đáp số C.

Hướng dẫn: Đây là ∺ lùi vô hạn, Áp dụng công thức

$$S = \frac{U_1}{1-q} = \frac{-1}{1-x} \text{ và 3 số hạng ban đầu: } -1;\ (-1).x;\ )(-x).x$$

Hay $-1, -x, -x^2$.

Câu 24. Đáp số D.

Hướng dẫn: Ta có: $S = \dfrac{U_1}{1-q} = \dfrac{-x}{1-x^2}$

Do đó 3 số hạng đầu: $-x; -x^3; -x^5$

Câu 25. Đáp số B.

Hướng dẫn: • $\lim \dfrac{5n+1}{1-5n} = \lim \dfrac{5+\frac{1}{n}}{\frac{1}{n}-5} = \lim \dfrac{5}{(-5)} = -1$

• $\lim \sqrt{2+n^2} = \sqrt{\lim 2 + \lim n^2} = \sqrt{+\infty} = +\infty$

Câu 26. Đáp số B.

Hướng dẫn: $\lim \dfrac{1}{(2n-1)(2n+1)} = \lim \dfrac{1}{4n^2-1} = \lim \dfrac{\frac{1}{n^2}}{4-\frac{1}{n^2}} = \dfrac{0}{4} = 0$

Câu 27. Đáp số B.

Hướng dẫn: $\lim \dfrac{\sqrt{n+1}}{\sqrt{n}-1} = \dfrac{\sqrt{\frac{n+1}{n}}}{1-\frac{1}{\sqrt{n}}} = \lim \dfrac{\sqrt{1+\frac{1}{n}}}{1-\frac{1}{\sqrt{n}}} = 1$

Câu 28. Đáp số B.

Hướng dẫn: $\begin{cases} U_1 = 5 \\ q = \dfrac{1}{\sqrt{5}} \end{cases} \Rightarrow S = \dfrac{U_1}{1-q} = \dfrac{5}{1-\frac{1}{\sqrt{5}}} = \dfrac{5\sqrt{5}}{\sqrt{5}-1}$

Câu 29. Đáp số A.

Hướng dẫn: $\begin{cases} U_1 = -3 \\ q = -0{,}1 \end{cases} \Rightarrow S = \dfrac{-3}{1+0{,}1} = \dfrac{-3}{1{,}1} = \dfrac{-30}{11} = -2\dfrac{8}{11}$

Câu 30. Đáp số C.

Hướng dẫn:

A. Sai vì $\frac{\sin 2n}{5n} \le \frac{1}{5n}$

B. Sai vì $\frac{-1}{5n} \le \frac{\sin 2n}{5n-1} \le \frac{1}{5n-1}$

C. Đúng vì $\frac{-1}{5n+1} \le \frac{\cos 3n}{5n+1} \le \frac{1}{5n+1}$

D. Sai

Câu 31. Đáp số B.

Hướng dẫn: • Vì $\lim\limits_{n\to+\infty} f(x_n) = \lim \frac{\left(\frac{1}{2}\right)^n + 1}{\left(\frac{1}{2}\right)^n - 1} = \lim \frac{1}{-1} = -1$

nên Chọn $x_n = \left(\frac{1}{2}\right)^n \to 0$ khi $n \to +\infty$

Câu 32. Đáp số A.

Hướng dẫn: Vì $\lim\limits_{n\to+\infty} x_n = \lim\limits_{x\to+\infty} 1 = 1$

Chọn (x_n) với $x_n = 1$

Câu 33. Đáp số B.

Hướng dẫn: Vì $\lim\limits_{n\to+\infty} x_n = \lim\limits_{n\to+\infty} n = +\infty$

Chọn (x_n) với $x_n = n$

Câu 34. Đáp số C.

Câu 35. Đáp số C.

Hướng dẫn: $\lim\limits_{x\to-1} \frac{x+1}{x-1} = \lim \frac{(-1)+1}{(-1)-1} = \lim 0 = 0$

Câu 36. Đáp số B.

Hướng dẫn: $\lim\limits_{x\to\frac{1}{2}} \sqrt{2x-1} = \sqrt{\lim\limits_{x\to\frac{1}{2}}(2.\frac{1}{2} - 1)} = \sqrt{\lim 0} = 0$

Câu 37. Đáp số A.

Hướng dẫn: Vì $\lim\limits_{x\to 1} f(x) = \lim\limits_{x\to 1} \dfrac{(x-1)(x+\frac{1}{2})}{x-1} = \lim\limits_{x\to 1}(x+\frac{1}{2})$

$$= \lim(1+\frac{1}{2}) = \frac{3}{2}\ .$$

Câu 38. Đáp số D.

Hướng dẫn: Vì $\lim\limits_{x\to -1} \dfrac{x^3+1}{x+1} = \lim\limits_{x\to -1} \dfrac{(x+1)(x^2-x+1)}{x+1}$

$$= \lim_{x\to -1}(x^2-x+1) = 3$$

Câu 39. Đáp số A.

Hướng dẫn: $\lim\limits_{x\to 2} \dfrac{x^2-3x+2}{x-1} = \lim\limits_{x\to 2} \dfrac{(x-1)(x-2)}{x-1} = 0$

Câu 40. Đáp số B.

Hướng dẫn: $\lim\limits_{x\to 4} f(x) = \lim\limits_{x\to 4} \sqrt{x} - 4 = \sqrt{4} - 4 = -2$

Câu 41. Đáp số B.

Hướng dẫn: $\lim\limits_{x\to -\infty}(-x^2+7) = \lim\limits_{x\to -\infty}(-x)^2 + 7$

$$= \lim_{x\to -\infty} x^2 = -\infty$$

Câu 42. Đáp số C.

Hướng dẫn: $\lim\limits_{x\to -\infty} \sqrt{4-x^3} = \sqrt{\lim\limits_{x\to -\infty}(4-x^3)}$

$$= \sqrt{4 - \lim_{x\to -\infty} x^3} = \sqrt{+\infty} = +\infty$$

Câu 43. Đáp số C.

Hướng dẫn: Vì $\lim\limits_{n\to +\infty} f(x_n) = \lim\limits_{n\to -\infty} \dfrac{2x_n^2}{\sqrt{2}-x_n^2} = \lim \dfrac{2}{\dfrac{\sqrt{2}}{x_n^2} - 1} = -2$

Câu 44. Đáp số D.

Hướng dẫn: Vì $\lim\limits_{n\to +\infty} f(x_n) = \lim\limits_{n\to +\infty} \dfrac{-10}{1-x_n^2} = 0$

Câu 45. Đáp số B.

Hướng dẫn: $\lim\limits_{x\to 0} \sin\frac{1}{x} = 0$ Vì khi $x \to 0$ thì $x^2 \to 0$

và $\sin\frac{1}{x}$ là hàm bị chặn $\Rightarrow \lim\limits_{x\to 0} x^2.\sin\frac{1}{x} = 0$

Câu 46. Đáp số B.

Hướng dẫn: Ta có: $\lim\limits_{x\to 0^+} \frac{|x|}{2.x} = \lim\limits_{x\to 0^+} \frac{x}{2.x} = \lim \frac{1}{2} = \frac{1}{2}$

Câu 47. Đáp số B.

Hướng dẫn: $\lim\limits_{x\to 1} \frac{\cos \pi x}{\pi(1 + x)} = \lim\limits_{x\to 1} \frac{\cos \pi}{\pi.2} = \lim\limits_{x\to 1} \frac{-1}{2\pi} = \frac{-1}{2\pi}$

Câu 48. Đáp số C.

Hướng dẫn: Ta có: $\lim\limits_{x\to 0^+} f(x) = \lim\limits_{x\to 0} 2x - 1 = -1$

$\lim\limits_{x\to 0^-} f(x) = \lim\limits_{x\to 0} 2 = 2$

Vậy $\lim\limits_{x\to 0} f(x)$ không tồn tại nên C đúng và D sai

Câu 49. Đáp số C.

Hướng dẫn: Ta có: $\lim\limits_{x\to 1^+} f(x) = \lim\limits_{x\to 1^+} 2 = 2$

Câu 50. Đáp số A.

Hướng dẫn: Ta có: $\lim\limits_{x\to 1^+} f(x) = \lim\limits_{x\to 1^+} 3 = 3$

$\lim\limits_{x\to 1^-} f(x) = \lim\limits_{x\to 1^-} 2x + 1 = 3$

Vậy $\lim\limits_{x\to 1} f(x) = 3$

Câu 51. Đáp số B.

Hướng dẫn: $\lim\limits_{x\to 3} \frac{x^2 - 9}{-x^2 + x + 6} = \lim\limits_{x\to 3} \frac{(x - 3)(x + 3)}{-(x - 3)(x + 2)}$

$= \lim\limits_{x\to 3} -\frac{x + 3}{x + 2} = -\frac{6}{5}$

Câu 52. Đáp số A.

Hướng dẫn: $\lim\limits_{x\to 1} \frac{x^2 - 4x + 3}{x^2 + 4x - 5} = \lim\limits_{x\to 1} \frac{(x - 1)(x - 3)}{(x - 1)(x + 5)}$

$= \lim\limits_{x\to 1} \frac{x - 3}{x + 5} = \frac{-2}{6} = \frac{-1}{3}$

Câu 53. Đáp số B.

Hướng dẫn: $\lim\limits_{x\to4}\dfrac{x^2-6x+8}{\sqrt{x}-2}=\lim\limits_{x\to4}\dfrac{(x-2)(x-4)(\sqrt{x}+2)}{x-4}$

$=\lim\limits_{x\to4}(x-2)(\sqrt{x}+2)=2\times4=8$

Câu 54. Đáp số D.

Hướng dẫn: $\lim\limits_{x\to5}\dfrac{\sqrt{5}-\sqrt{x}}{x^2-25}=\lim\limits_{x\to5}\dfrac{(5-x)}{(x^2-25)(\sqrt{5}+\sqrt{x})}$

$=\lim\limits_{x\to5}\dfrac{5-x}{-(5-x)(5+x)(\sqrt{5}+\sqrt{x})}$

$=\lim\limits_{x\to5}\dfrac{-1}{(5+x)(\sqrt{5}+\sqrt{x})}$

$=\dfrac{-1}{20\sqrt{5}}$

Câu 55. Đáp số D.

Hướng dẫn: $\lim\limits_{3\to\infty}\dfrac{-3x^2+2-5}{2x^2-7}=\lim\limits_{x\to\infty}\dfrac{x^2(-3+\frac{2}{x}-\frac{5}{x^2})}{x^2(2-\frac{7}{x^2})}=-\dfrac{3}{2}$

Câu 56. Đáp số A.

Hướng dẫn: $\lim\limits_{x\to+\infty}\dfrac{3-4x}{5x}=\lim\limits_{x\to+\infty}\dfrac{\frac{3}{x}-4}{5}=-\dfrac{4}{5}.$

Câu 57. Đáp số A.

Hướng dẫn: $\lim\limits_{x\to-\infty}\dfrac{2x^3+x^2-8}{5+4x^2}=\lim\limits_{x\to-\infty}\dfrac{2x+1-\frac{8}{x^2}}{\frac{5}{x^2}+4}=-\infty$

Câu 58. Đáp số B.

Hướng dẫn: $\lim\limits_{x\to+\infty}\dfrac{1-x^4}{5x+3}=\lim\limits_{x\to+\infty}\dfrac{\frac{1}{x}-x^3}{5+\frac{3}{x}}$

$=\lim\limits_{x\to+\infty}\dfrac{-x^3}{5}=-\infty$

Câu 59. Đáp số C.

Hướng dẫn: $\lim\limits_{x \to -\infty}\left(\frac{1}{x} - \frac{1}{x+1}\right) = \lim\limits_{x \to -\infty}\frac{x+1-1}{x(x+1)}$

$$= \lim_{x \to -\infty}\frac{1}{x+1} = 0$$

Câu 60. Đáp số C.

Hướng dẫn: $\lim\limits_{x \to +\infty}\frac{\sqrt{x-2}}{x} = \lim\limits_{x \to +\infty}\frac{\sqrt{\frac{1}{x} - \frac{2}{x^2}}}{1} = 0$

Câu 61. Đáp số C.

Hướng dẫn: $\lim\limits_{x \to +\infty}(\sqrt{x-1} - \sqrt{x+1}) = \lim\limits_{x \to +\infty}\frac{x-1-x-1}{\sqrt{x-1} + \sqrt{x+1}}$

$$= \lim_{x \to +\infty}\frac{-2}{\sqrt{x-1} + \sqrt{x+1}} = 0$$

Câu 62. Đáp số B.

Hướng dẫn: $\lim\limits_{x \to +\infty}(\sqrt{x^2 - 5x} - x) = \lim\limits_{x \to +\infty}\frac{x^2 - 5x - x^2}{\sqrt{x^2 - 5x} + x}$

$$= \lim_{x \to +\infty}\frac{-5x}{\sqrt{x^2 - 5x} + x} = \lim_{x \to +\infty}\frac{-5}{\sqrt{1 - \frac{5}{x}} + 1} = \frac{-5}{2}$$

Câu 63. Đáp số D.

Hướng dẫn: $\lim\limits_{x \to +\infty}\frac{\sqrt{x^2 + 5}}{x} = \lim\limits_{x \to +\infty}\sqrt{1 + \frac{5}{x}} = 1$

Câu 64. Đáp số B.

Hướng dẫn: $\lim\limits_{x \to -\infty}\frac{\sqrt{x^2 + 5}}{x} = \lim\limits_{x \to -\infty}\frac{|x|.\sqrt{1 + \frac{5}{x^2}}}{x}$

$$= \lim_{x \to -\infty}\frac{-x.\sqrt{1 + \frac{5}{x^2}}}{x} = \lim_{x \to -\infty} -\sqrt{1 + \frac{5}{x^2}} = -1$$

Câu 65. Đáp số A.

Hướng dẫn: $\lim\limits_{x \to 1^+} f(x) = \lim\limits_{x \to 1^+}(2x - 3) = -1$ sai vì:

$$\lim_{x \to 1^-} f(x) = \lim_{x \to 1^-}\frac{-1}{x} = -1$$

$$\lim_{x\to 1^-} f(x) = \lim_{x\to 1^-} (2x - 3) = -1$$

Vậy $\lim\limits_{x\to 1} f(x) = -1$

Câu 66. Đáp số C.

Hướng dẫn: $\lim\limits_{x\to 0} \dfrac{\sqrt{1+x} - 1}{x} = \lim\limits_{x\to 0} \dfrac{1 + x - 1}{x(\sqrt{1+x} + 1)}$

$$= \lim_{x\to 0} \frac{1}{\sqrt{1+x} + 1} = \frac{1}{2}$$

Câu 67. Đáp số D.

Hướng dẫn: $\lim\limits_{x\to +\infty} \dfrac{x - \sqrt{x}}{\sqrt{x}} = \lim\limits_{x\to +\infty} \dfrac{1 - \dfrac{1}{\sqrt{x}}}{\dfrac{1}{\sqrt{x}}} = +\infty$

Câu 68. Đáp số B.

Hướng dẫn: $\lim\limits_{x\to 0} \left|\dfrac{\cos \pi x}{x}\right| = \lim\limits_{x\to 0} \left|\dfrac{-1}{x}\right| = +\infty$

Câu 69. Đáp số D.

Hướng dẫn: • $\lim\limits_{x\to 1^+} \dfrac{x^2 - 1}{|x - 1|} = \lim\limits_{x\to 1^+} \dfrac{(x-1).(x+1)}{x - 1}$

$$= \lim_{x\to 1^+} (x + 1) = 2$$

• $\lim\limits_{x\to 1^-} \dfrac{x^2 - 1}{|x - 1|} = \lim\limits_{x\to 1^-} \dfrac{-(x-1).(x+1)}{x - 1}$

$$= \lim_{x\to 1} -(x + 1) = -2$$

Vậy $\lim\limits_{x\to 1} \dfrac{x^2 - 1}{|x - 1|}$ không tồng tại giới hạn.

Câu 70. Đáp số D.

Hướng dẫn: • $\lim\limits_{x\to 1+} f(x) = \lim\limits_{x\to 1^+} a = a$

• $\lim\limits_{x\to 1^-} f(x) = \lim\limits_{x\to 1} (x^2 + 1) = 2$

• $\lim\limits_{x\to 1} f(x) = 2$ khi $\lim\limits_{x\to 1^+} f(x) = \lim\limits_{x\to 1} f(x)$

$\Leftrightarrow a = 2$

Câu 71. Đáp số C.

Hướng dẫn: Dùng dãy số (x_n) với $x_0 < x_n < b$ (x_n nằm về bên phải điểm x_0)

Câu 72. Đáp số C.

Hướng dẫn: Dùng dãy số (x_n) với $a < x_n < x_0$ (x_n nằm về bên trái điểm x_0)

§2. HÀM SỐ LIÊN TỤC

Câu 73. Đáp số B.

Hướng dẫn:

- Hàm số $y = \dfrac{3x + 5}{x + 1}$ không xác định tại $x = -1$

  nên không liên tục tại $x = -1$
- Các hàm số ở câu A, C, D đều là những hàm liên tục trên R.

Câu 74. Đáp số A

Hướng dẫn: Hàm số $y = \sqrt{x - 1}$ liên tục tại mọi $x \in R$ là sai vì hàm này chỉ liên tục tại mọi x thỏa:

$$x - 1 \geq 0 \Leftrightarrow x \geq 1$$

Câu 75. Đáp số C.

Hướng dẫn: Hàm số y = tgx không xác định tại những giá trị của

$$x = \frac{\pi}{2} + k\pi$$

$$\Rightarrow y = \text{tg}x \text{ liên tục } \forall x \neq \frac{\pi}{2} + k\pi$$

Câu 76. Đáp số C.

Hướng dẫn: Hàm $y = \dfrac{1}{3}\sqrt{x + 1}$ liên tục tại mọi x thỏa $x \geq -1$

Câu 77. Đáp số B.

Hướng dẫn:

- $\lim\limits_{x \to -1} \dfrac{3x + 5}{x - 1} = \dfrac{3.(-1) + 5}{-1 - 1} = \dfrac{2}{-2} = -1$
- $\lim\limits_{x \to 0} \dfrac{3x + 5}{x - 1} = \dfrac{5}{-1} = -5$
- $\lim\limits_{x \to 1} \dfrac{3x + 5}{x - 1}$ không tồn tại
- $\lim\limits_{x \to +\infty} \dfrac{3x + 5}{x - 1} = 3$

Câu 78. Đáp số A.

Hướng dẫn. $\lim\limits_{x\to 4}\sqrt{x-2} = \sqrt{\lim\limits_{x\to 4}(x-2)} = \sqrt{\lim\limits_{x\to 4}(4-2)} = \sqrt{2}$

Câu 79. Đáp số B.

Hướng dẫn. Cho hàm số: $f(x) = \dfrac{3.x}{|x|}$

A. $\lim\limits_{x\to 0^+} f(x) = \lim\limits_{x\to 0^+}\dfrac{3.x}{x} = 3$

B. $\lim\limits_{x\to 0^-} f(x) = \lim\limits_{x\to 0^-}\dfrac{3.x}{-x} = = -3$

C. $\lim\limits_{x\to 0} f(x)$ không có giới hạn

D. Hàm không liên tục tại $x = 0$

Câu 80. Đáp số C.

Hướng dẫn $\lim\limits_{x\to -2}\dfrac{3.|x|}{x} = \lim\dfrac{3.|-2|}{-2} = -3$

Câu 81. Đáp số C.

Hướng dẫn $\lim\limits_{x\to 0^-} f(x) = \lim\limits_{x\to 0^-} 2 = 2$

Câu 82. Đáp số D.

Hướng dẫn

$$\left.\begin{array}{l}\bullet\ f(1) = \\ \bullet\ \lim\limits_{x\to 1^+} f(x) = \lim\limits_{x\to 1^+}(x^2 - 1) = 0 \\ \bullet\ f(x) = \lim\limits_{x\to 1^-} a = a\end{array}\right\} \Rightarrow a = 0 \text{ thì hàm liên tục tại } x = 1$$

Câu 83. Đáp số A.

Hướng dẫn

$$\left.\begin{array}{l}\bullet\ f(2) = \sin\dfrac{\pi}{2} = 1 \\ \bullet\ \lim\limits_{x\to 2^+} = \lim\limits_{x\to 2^+}(a - 2) = a - 2 \\ \bullet\ \lim\limits_{x\to 2^-} = \lim\limits_{x\to 2^-}\sin\dfrac{\pi}{2} = 1\end{array}\right\} \Rightarrow a - 2 = 1 \text{ tức } a = 3 \text{ thì hàm liên tục tại } x = 2.$$

Câu 84. Đáp số C.

Hướng dẫn Tại $x = 1$

- $\lim\limits_{x\to 1^+} f(x) = \lim\limits_{x\to 1^+}(ax + 2) = a + 2$
- $\lim\limits_{x\to 1^-} f(x) = \lim\limits_{x\to 1^-}(x^2 - 2) = -1$
- $f(1) = a.1 + 2 = a + 2$

- Để f(x) liên tục tại x = 1

$\Leftrightarrow a + 2 = -1 \Leftrightarrow a = -3$

Câu 85. Đáp số B.

Hướng dẫn: $\lim\limits_{x \to 1} f(x) = \lim\limits_{x \to 1} (x^2 - 2) = -1$

Câu 86. Đáp số D.

Hướng dẫn: Ta có: $\lim\limits_{x \to 0} f(x) = \lim\limits_{x \to 0} \dfrac{-x^2 + 3x}{x} = \lim\limits_{x \to 0} \dfrac{x.(3 - x)}{x}$

$$= \lim_{x \to 0} (3 - x) = 3$$

Vậy phải gán cho f(0) = 3, thì hàm số liên tục tại x = 0.

Câu 87. Đáp số A.

Hướng dẫn: $\lim\limits_{x \to 0} f(x) = \lim\limits_{x \to 0} \dfrac{x^2 - 5x}{x}$

$$= \lim_{x \to 0} \frac{x.(x - 5)}{x} = \lim_{x \to 0} (x - 5) = -5$$

Vậy phải gán cho: f(0) = −5 để hàm liên tục tại x = 0

Câu 88. Đáp số C.

Hướng dẫn: Hàm liên tục tại $\forall x \in R$ là sai.

Vì tại x = 4 hàm không liên tục.

- $f(x) = 7$
- $\lim\limits_{x \to 4} f(x) = \lim\limits_{x \to 4} \dfrac{(x - 4).(x + 4)}{x - 4}$

  $= \lim\limits_{x \to 4} (x + 4) = 8$
- Để hàm liên tục tại x = 4:

  $\Leftrightarrow \lim\limits_{x \to 4} f(x) = 8$

Câu 89. Đáp số D.

Hướng dẫn:

- $\lim\limits_{x \to 1^+} f(x) = \lim\limits_{x \to 1^+} a^2 + 1 = a^2 + 1$
- $\lim\limits_{x \to 1} f(x) = \lim\limits_{x \to 1} \cos\pi x = \lim\limits_{x \to 1} \cos\pi = -1$
- $f(1) = \cos\pi = -1$

Để hàm số liên tục tại x = 1

$\Leftrightarrow a^2 + 1 = -1$

$\Leftrightarrow a^2 = -2$ (vô nghiệm)

Câu 90. Đáp số D.

Hướng dẫn: • $\lim\limits_{x \to 1^-} f(x) = \lim\limits_{x \to 1^-} \cos \pi x = \lim\limits_{x \to 1^-} \cos \pi = -1$

• $\lim\limits_{x \to 1^+} f(x) = \lim\limits_{x \to 1^+} a^2 - 2 = a^2 - 2$

• Để hàm liên tục tại $x = 1$

$\Leftrightarrow \lim\limits_{x \to 1^-} f(x) = \lim\limits_{x \to 1^+} f(x) = f(1)$

$\Leftrightarrow a^2 - 2 = -1$

$\Leftrightarrow a^2 = 1$

$\Leftrightarrow a = \pm 1$

Câu 91. Đáp số B.

Hướng dẫn: Vì $f(0).f(1) = -24 < 0$

$\Rightarrow$ tồn tại một số $x \in (0, 1)$ là nghiệm của phương trình

$$3x^2 + 3x - 2 = 0$$

Câu 92. Đáp số C.

Hướng dẫn:

• Xét $f(x) = x^3 + x + 1$

$f(-2) = (-2)^3 - 2 + 1 = -9$

$f(1) = 3$

$f(-2).f(0) = -27 < 0$

$\Rightarrow$ Phương trình $x^3 + x + 1 = 0$ có ít nhất 1 nghiệm $\in (-2, 1$

• Xét hàm số $g(x) = x^3 + x - 1$

$f(-2) = (-2)^3 - 2 - 1 = -11$

$f(1) = 1 + 1 - 1 = 1$

$\Rightarrow$ Phương trình $x^3 + x - 1 = 0$ có ít nhất 1 nghiệm $\in (-2, 1$

Câu 93. Đáp số C.

Hướng dẫn: $f(\pi) = \dfrac{-1}{2\pi} - \pi = \dfrac{-1 - 2\pi^2}{2\pi}$

$f(0) = \dfrac{1}{\pi} > 0$

$f(0).f(\pi) < 0$

$\Rightarrow$ phương trình $\dfrac{\cos x}{\pi + x} = x$ có ít nhất 1 nghiệm $\in (0, \pi)$

Câu 94. Đáp số C.

Hướng dẫn: Hàm số liên tục trong R va $f(0).f(2) < 0$

$\Rightarrow$ Phương trình $f(x) = 0$ có ít nhất 1 nghiệm trong $(0, 2)$

$\Rightarrow$ Phương trình có nghiệm trong $(-2, 2)$

Câu 95. Đáp số C.

Hướng dẫn: Xét hàm số $f(x) = x^4 - x - 3$

$$f(0) = -3;\ f(1) = -3;\ f(-1) = -1;\ f(2) = 11;\ f(3) = 75$$

Chọn $(0, 2)$ vì $f(0).f(2) < 0$

Câu 96. Đáp số C.

Hướng dẫn: Vì tại $x = -5$. Hàm số xác định

$\Rightarrow$ hàm số liên tục tại $x = -5$

Câu 97. Đáp số B.

Hướng dẫn: Tại $x = 4$ hàm không xác định

Vì $f(4) = \dfrac{4}{(4-1)\sqrt{3-4}}$.

nên hàm không liên tục tại $x = 4$

Câu 98. Đáp số A.

Hướng dẫn: Mọi $x \in (-2, 2)$ không thuộc tập xác định của hàm số nên hàm không liên tục tại mọi $x \in (-2, 2)$

Câu 99. Đáp số C.

Hướng dẫn: $\lim\limits_{x \to \sqrt{2}} \dfrac{1}{\sqrt{2}(\sqrt{2}-1)} = \dfrac{1}{2-\sqrt{2}}$

Câu 100. Đáp số A.

Hướng dẫn:

Hàm có tập xác định: $x > 1$. Do đó hàm liên tục tại mọi $x > 1$.

Chương 5. ĐẠO HÀM

§1. ĐỊNH NGHĨA, Ý NGHĨA CỦA ĐẠO HÀM

Câu 1. Đáp số C.

Hướng dẫn: Áp dụng công thức tính đạo hàm Δy

$$\Delta y = f(x_0 + \Delta x) - f(x_0)$$

$$\Rightarrow \Delta y = \sin^2.(\frac{\pi}{3} + \Delta x) - \sin^2.\frac{\pi}{3}$$

Câu 2. Đáp số D.

Hướng dẫn: $\Delta y = f(-1 + \Delta x) - f(-1)$

$$= [(-1+\Delta x)-3]^2 - ((-1)^2 - 3)$$

$$= (-1 + \Delta x)^2 - 3 + 2$$

$$= (-1 + \Delta x)^2 - 1$$

Câu 3. Đáp số A.

Hướng dẫn: $\Delta y = f(1 + \Delta x) - f(x)$

$$= \frac{1 + \Delta x}{1 + \Delta x + 1} - \frac{1}{2}$$

$$= \frac{1 + \Delta x}{\Delta x + 2} - \frac{1}{2}$$

Câu 4. Đáp số C.

Hướng dẫn: $\Delta y = f(-\frac{1}{2} + \Delta x) - f(-\frac{1}{2})$

$$= \sqrt{1 - 3.(\frac{1}{2} + \Delta x)} - \sqrt{1 - 3.(-\frac{1}{2})}$$

$$= \sqrt{\frac{5}{2} - 3.\Delta x} - \sqrt{\frac{5}{2}}$$

Câu 5. Đáp số C.

Hướng dẫn: $\Delta y = f(1 + \Delta x) - f(1)$

$$= (1 + \Delta x - 1)^2 + 1 - 1$$

$$= (\Delta x)^2$$

Câu 6. Đáp số B.

Hướng dẫn: $\Delta y = f(-1 + \Delta x) - f(-1)$

$$= 2 - 2 = 0 \Rightarrow \frac{\Delta y}{\Delta x} = 0$$

Câu 7. Đáp án C

Hướng dẫn: $\Delta y = f(\frac{\pi}{2} + \Delta x) - f(\frac{\pi}{2})$

$$= \sin(\frac{\pi}{2} + \Delta x) - \sin\frac{\pi}{2} = \sin(\frac{\pi}{2} + \Delta x) - 1$$

$$\Rightarrow \frac{\Delta y}{\Delta x} = \frac{\sin(\frac{\pi}{2} + \Delta x)}{\Delta x}$$

Câu 8. Đáp số D.

Hướng dẫn: $\Delta y = f(2 + \Delta x) - f(2)$

$$= |2 + \Delta x - 2)| - 0 = |\Delta x|$$

$$\Rightarrow \frac{\Delta y}{\Delta x} = \frac{|\Delta x|}{\Delta x}$$

Câu 9. Đáp số D.

Hướng dẫn:

Phương trình tiếp tuyến của đường cong tại $M(x_0, y_0) \in (C)$

$y = f'(x_0).(x - x_0) + y_0$ hoặc

$y - y_0 = f'(x_0).x(- x_0)$

Câu 10. Đáp số C.

Hướng dẫn: $y = \frac{x^2}{8} + \frac{11}{2} \Rightarrow y' = \frac{1}{4}x$ và $y'(-2) = -\frac{1}{2}$:

M: có $x = -2 \Rightarrow y = 6$

$\Rightarrow$ **phương trình tiếp tuyến tại $(-2, 6)$**

$$y = -\frac{1}{2}(x + 2) + 6$$

Câu 11. Đáp số A.

Hướng dẫn: $y_0 = -1 \Rightarrow -x_0^2 + 5 = -1 \Rightarrow x_0^2 = 6 \Rightarrow x_0 = \pm\sqrt{6}$

Vì $x_0 < 0 \Rightarrow x_0 = -\sqrt{6}$

$$\Rightarrow f'(-\sqrt{6}) = -2.(-\sqrt{6}) = 2\sqrt{6}$$

Vậy phương trình tiếp tuyến tại $(-\sqrt{6}, -1)$ là:

$$y = 2\sqrt{6}(x + \sqrt{6}) - 1$$

Câu 12. Đap số D.

Hướng dẫn: $x_0 = -1 \Rightarrow f(x_0) = (-1)^2 + 5 = 6$

$$f'(-1) = -2$$

phương trình tiếp tuyến: $y = -2(x + 1) + 6$

Câu 13. Đáp số D.

Hướng dẫn: • $\lim\limits_{x \to 0^+} \frac{f(x) - f(0)}{x} = \lim\limits_{x \to 0^+} \frac{|x|}{x} = \lim\limits_{x \to 0^+} \frac{x}{x} = 1$

• $\lim\limits_{x \to 0^-} \frac{f(x) - f(0)}{x} = \lim\limits_{x \to 0} \frac{-x}{x} = -1$

• $\lim\limits_{x \to 0^+} \frac{f(x) - f(0)}{x} \neq \lim\limits_{x \to 0^-} \frac{f(x) - f(0)}{x}$

$\Rightarrow$ hàm số không có đạo hàm tại x = 0

Câu 14. Đáp số C.

Hướng dẫn: $\lim\limits_{x \to 2} \frac{f(x) - f(2)}{x - 2} = \lim\limits_{x \to 2} \frac{|x - 2|}{x - 2}$

$= \lim\limits_{x \to 2^-} \frac{-(x - 2)}{x - 2} = -1$

Câu 15. Đáp số D.

Hướng dẫn:

• $\lim\limits_{x \to 0^-} \frac{f(x) - f(0)}{x} = \lim\limits_{x \to 0^-} \frac{x}{x} = \lim\limits_{x \to 0} 1 = 1$

• $\lim\limits_{x \to 0^+} \frac{f(x) - f(0)}{x} = \lim\limits_{x \to 0^+} \frac{1 - x}{x} = -\infty$

Do đó hàm không có đạo hàm tại x = 0

Câu 16. Đáp số D.

Hướng dẫn:

• $\lim\limits_{x \to 1^-} \frac{f(x) - f(1)}{x - 1} = \lim\limits_{x \to 1^-} \frac{x - 1}{x - 1} = 1$

• $\lim\limits_{x \to 1^+} \frac{f(x) - f(1)}{x - 1} = \lim\limits_{x \to 1^+} \frac{1 - x}{x - 1} = -1$

• Vậy $\lim\limits_{x \to 1^-} \frac{f(x) - f(1)}{x - 1} \neq \lim\limits_{x \to 1^+} \frac{f(x) - f(1)}{x - 1}$

Vậy f(1) không xác định.

Câu 17. Đáp số C.

Hướng dẫn: $y = -2x^7 + \sqrt{x} \Rightarrow y' = -14x^6 + \frac{1}{2\sqrt{x}}$

Câu 18. Đáp số A.

Hướng dẫn: $y = (x^3 - 5).\sqrt{x} = 3x^2\sqrt{x} + \frac{x^3 - 5}{2\sqrt{x}}$

$$= \frac{6x^3}{2\sqrt{x}} + \frac{x^3}{2\sqrt{x}} - \frac{5}{2\sqrt{x}} = \frac{7}{2}\sqrt{x^5} - \frac{5}{2\sqrt{x}}$$

Câu 19. Đáp số A.

Hướng dẫn:

$$y = \frac{x(1-3x)}{x+1} \Rightarrow y' = \frac{(1-6x)(x+1) - 1(x-3x^2)}{(x+1)^2} = \frac{-3x^2-6x+1}{(x+1)^2}$$

Câu 20. Đáp số B.

Hướng dẫn: $y = \dfrac{\sqrt{x}}{1-2x} \Rightarrow y' = \dfrac{\dfrac{1}{2\sqrt{x}}(1-2x) + 2\sqrt{x}}{(1-2x)^2} = \dfrac{1+2x}{(1-2x)^2}$

Câu 21. Đáp số B.

Hướng dẫn: $y = \dfrac{1}{x^2-2x+5} \Rightarrow y' = \dfrac{2x-2}{(x^2-2x+5)^2}$

Câu 22. Đáp số C.

Hướng dẫn: $y = \dfrac{1}{(x-1)(x+3)} = \dfrac{1}{x^2+2x-3} \Rightarrow y' = \dfrac{2x+2}{(x^2+2x-3)^2}$

Câu 23. Đáp số B.

Hướng dẫn: $y = (7x-5)^4 \Rightarrow y' = 28(7x-5)^3$

Câu 24. Đáp số C.

Hướng dẫn: $y' = \dfrac{(1-2x^2)}{2\sqrt{1-2x^2}} = \dfrac{-4x}{2\sqrt{1-2x^2}} = \dfrac{-2x}{\sqrt{1-2x^2}}$.

Câu 25. Đáp số C.

Hướng dẫn: $y = \dfrac{1}{\sqrt{1-2x^2}} \Rightarrow y = -\dfrac{-2x}{(1-2x^2)\sqrt{1-2x^2}}$

Câu 26. Đáp số D.

Hướng dẫn: $y' = \dfrac{-2(x^2-2x+5)'}{(x^2-2x+5)^3} = \dfrac{-2(+2x-2)}{(x^2-2x+5)^3} = \dfrac{-4x+4}{(x^2-2x+5)^3}$

Câu 27. Đáp số B.

Hướng dẫn:

$$y = \frac{x-1}{\sqrt{x^2+1}} \Rightarrow y' \frac{\sqrt{x^2+1} - \dfrac{(x-1)2x}{2\sqrt{x^2+1}}}{|x^2+1|} = \frac{x^2+1-x^2+x}{(x^2+1)\sqrt{x^2+1}} = \frac{1+x}{\sqrt{(x^2+1)^3}}$$

Câu 28. Đáp số A.

Hướng dẫn: Vì $f(x) = \sqrt{1-x^2}$ có TXĐ: $[-1, 1]$

$x = 2 \times [-1, 1] \Rightarrow f'(2)$ không tồn tại

Câu 29. Đáp số C.

Hướng dẫn: $y' = -8x^3 + 27x^2 - 1$

Câu 30. Đáp số A.

Hướng dẫn: Áp dụng tính đạo hàm tích: $y' = -4x + 1$

Câu 31. Đáp số C.

Hướng dẫn: $y' = \frac{-3}{x^4} + \frac{2}{x^3}$

Câu 32. Đáp số D.

Hướng dẫn: $y' = \frac{-1}{2x\sqrt{x}} + \frac{2}{x^3}$

Câu 33. Đáp số C.

Hướng dẫn: $y = -3x^3 + 25 \Rightarrow y' = -27x^2$

$$y' = 0 \Leftrightarrow -27x^2 = 0 \Leftrightarrow x = 0$$

Câu 34. Đáp số B.

Hướng dẫn: $y = 2x^3 - 3x^2 - 5$

$$\Rightarrow y' = 0 \Leftrightarrow 6x^2 - 6x = 0 \Leftrightarrow x(x - 1) = 0$$

$$\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x = 0 \\ x = 1 \end{array}\right.$$

Câu 35. Đáp số C.

Hướng dẫn: $y = 4x - \sqrt{x} \Rightarrow y' = 4 - \frac{1}{2\sqrt{x}}$

$$y' = 0 \Leftrightarrow 4 - \frac{1}{2\sqrt{x}} = 0$$

$$\Leftrightarrow \sqrt{x} = 0 \Leftrightarrow x = \frac{1}{64}$$

Câu 36. Đáp số C.

Hướng dẫn: $y = -2\sqrt{x} + 3x \Rightarrow y' = \frac{-1}{\sqrt{x}} + 3$

$$y' > 0 \Leftrightarrow \frac{-1}{\sqrt{x}} + 3 > 0 \Leftrightarrow 3 > \frac{1}{\sqrt{x}} \Leftrightarrow x > \frac{1}{9}$$

Câu 37. Đáp số B.

Hướng dẫn: $y = -4x^3 + 4x \Rightarrow y' = -12x^2 + 4$

$$y' \geq 0 \Leftrightarrow 12x^2 + 4 \geq 0 \Leftrightarrow x \leq \frac{1}{3} \Leftrightarrow \frac{-1}{\sqrt{3}} \leq x \leq \frac{1}{\sqrt{3}}$$

Câu 38. Đáp số A.

Hướng dẫn: $y = 3x^3 + x^2 + 1 \Rightarrow y' = 9x^2 + 2x$

$$y' \leq 0 \Leftrightarrow 9x^2 + 2x \leq 0 \Leftrightarrow \frac{-2}{9} \leq x \leq 0$$

Câu 39. Đáp số C.

Hướng dẫn: $y = (2x^3 + 1)^3 \Rightarrow y' = 3.(2x^2 + 1)^2.4x = 12x.(2x^2 + 1)^2$

$y' \geq 0 \Leftrightarrow x \geq 0$

Câu 40. Đáp số B.

Hướng dẫn: $y = \sqrt{4x^2 + 1} \Rightarrow y' = \dfrac{8x}{2\sqrt{4x^2 + 1}} = \dfrac{4x}{\sqrt{4x^2 + 1}}$

$y' \leq 0 \Leftrightarrow 4x \leq 0 \Leftrightarrow x \leq 0$

Câu 41. Đáp số C.

Hướng dẫn: $y' = \dfrac{3}{(1 - x)^2}$; $y' > 0 \ \forall \ x \neq 1$

$\Rightarrow$ không có giá trị nào của x để $y' < 0$

Câu 42. Đáp số A.

Hướng dẫn: $y' = \dfrac{-3}{(2x + 1)^2} \Rightarrow f'(-\dfrac{1}{2})$ không xác định

Câu 43. Đáp số C.

Hướng dẫn: $y' = \dfrac{-5}{(2x - 1)^2} \Rightarrow f'(1) = \dfrac{-5}{1} = -5$

Câu 44. Đáp số A.

Hướng dẫn: $f(x) = \dfrac{5x - 1}{2x} \Rightarrow f'(x) = \dfrac{1}{2x^2} > 0 \ \forall \ x \neq 0$

Vậy không có giá trị của x để $f(x) < 0$

Câu 45. Đáp số C.

Hướng dẫn: $f(x) = \dfrac{x^2 - 1}{x^2 + 1}$

$$\Rightarrow f'(x) = \frac{4x}{(x^2 + 1)^2}$$

$f'(x) = 0 \Leftrightarrow 4x = 0 \Leftrightarrow x = 0$

Câu 46. Đáp số D.

Hướng dẫn:

$$f(x) = \frac{1 - 3x + x^2}{x - 1} \Rightarrow f'(x) = \frac{x^2 - 2x + 2}{(x - 1)^2}$$

$$f'(x) > 0 \Leftrightarrow \frac{x^2 - 2x + 2}{(x - 1)^2} > 0 \Leftrightarrow \forall \ x \in R, x \neq 1$$

Câu 47. Đáp số C.

Hướng dẫn:

$$f'(x) = \frac{2x^3 - 3x^2}{(x-1)^2}\ ;\ f'(x) = 0 \Leftrightarrow 2x^3 - 3x^2 = 0 \Leftrightarrow x = 0 \vee x = \frac{3}{2}$$

Câu 48. Đáp số D.

Hướng dẫn: $f(x) = \dfrac{x}{x^3+1} \Rightarrow f'(x) = \dfrac{-2x^3+1}{(x^3+1)^2}$

$$f'(x) \le 0 \Leftrightarrow \frac{-2x^3+1}{(x^3+1)^2} \le 0 \Leftrightarrow x^3 \ge \frac{1}{2} \Leftrightarrow x \ge \sqrt[3]{\frac{1}{2}}$$

Câu 49. Đáp số A.

Hướng dẫn: $f(x) = \dfrac{\sqrt{x}}{x+1} \Rightarrow f'(x) = \dfrac{1-x}{2\sqrt{x}(x+1)^2}$

$f'(x) > 0 \Leftrightarrow x < 1$ và $x \times \{-1; 0\}$

Câu 50. Đáp số B.

Hướng dẫn: $f(x) = \dfrac{x^2+x-5}{x-2} \Rightarrow f'(x) = \dfrac{x^2-4x+3}{(x-2)^2}$

$f'(x) = 0 \Leftrightarrow x = 1$ hoặc $x = 3$.

Câu 51. Đáp số C.

Hướng dẫn: $y + 1 = f'(-1)(x+1) = 2(x+1) \Leftrightarrow y = 2x + 1$

Câu 52. Đáp số B.

Hướng dẫn:

N có $x_0 = -1 \Rightarrow y_0 = \dfrac{1}{2}$ và $f'(x) = \dfrac{x^2-2x}{(x-1)^2}$

$$\Rightarrow y - \frac{1}{2}\pi 1 = f'(-1)(x+1) \Leftrightarrow y = \frac{3}{4}x + \frac{5}{4}$$

Câu 53. Đáp số B.

Hướng dẫn: $\displaystyle\lim_{x\to 0}\frac{\sin x - \sin 4x}{3x} = \lim_{x\to 0}\frac{2\cos\frac{5x}{2}.\sin(\frac{-3x}{2})}{3x}$

$$= \lim_{x\to 0}.\cos\frac{5x}{2}\ .\ \lim\frac{-\sin\frac{3x}{2}}{\frac{3x}{2}}$$

$$= 1.(-1) = -1$$

Câu 54. Đáp số C.

Hướng dẫn: $\lim\limits_{x\to0}\frac{1-\cos3x}{x^2} = \lim\limits_{x\to0}\frac{2\sin^2\frac{3x}{2}}{x^2} = \lim\limits_{x\to0}\frac{2.\sin^2\frac{3x}{2}}{\left(\frac{3x}{2}\right)^2.\frac{4}{9}}$

$$= \frac{9}{2}\lim_{x\to0}\frac{\sin\frac{3x}{2}}{\frac{3x}{2}}.\lim_{x\to0}\frac{\sin\frac{3x}{2}}{\frac{3x}{2}} = \frac{9}{2}$$

Câu 55. Đáp số A.

Hướng dẫn.

$$\lim_{x\to0}\frac{\cos x-\cos4x}{x^2} = \lim_{x\to0}\frac{-2\sin\frac{5x}{2}.\sin\left(\frac{-3x}{2}\right)}{x^2}$$

$$= \lim_{x\to0}\frac{2.\sin\frac{5x}{2}.\sin\frac{3x}{2}}{\frac{5x}{2}.\frac{3x}{2}.\frac{4}{15}} = \frac{15}{2}\left(\lim_{x\to0}\frac{\sin\frac{5x}{2}}{\frac{5x}{2}} = 1 = \lim_{x\to0}\frac{\sin\frac{3x}{2}}{\frac{3x}{2}}\right) = 7,5$$

Câu 56. Đáp số B.

Hướng dẫn: $\lim\limits_{x\to0}\frac{1-\cos^2 3x}{2x^2} = \lim\limits_{x\to0}\frac{\sin^2 3x}{2x^2} = \lim\limits_{x\to0}\frac{9.\sin^2 3x}{2.(3x)^2} = \frac{9}{2}$

Câu 57. Đáp số D.

Hướng dẫn: $y' = -3\cos(\frac{\pi}{6} - 3x)$

Câu 58. Đáp số C.

Hướng dẫn: $y' = \frac{-21}{2}.\cos7x$

Câu 59. Đáp số C.

Hướng dẫn: $y' = 3.\cos3x + 2\sin2x$

Câu 60. Đáp số D.

Hướng dẫn: $y = 2.\cos x^2 \Rightarrow y' = 2(-\sin x^2)(x^2)'$

$= -4x.\sin x^2$

Câu 61. Đáp số D.

Hướng dẫn: $y = \frac{-1}{2}.\sin(\frac{\pi}{3} - x^2) \Rightarrow y' = \frac{-1}{2}.\cos(\frac{\pi}{3} - x^2)(\frac{\pi}{3} - x^2)'$

$= x.\cos(\frac{\pi}{3} - x^2)$

Câu 62. Đáp số B.

Hướng dẫn: $y = x\tan 2x \Rightarrow y' = tg2x + \dfrac{2x}{\cos^2 2x}$

Câu 63. Đáp số A.

Hướng dẫn: $y = \dfrac{1}{2}\cot gx^2 \Rightarrow y' = \dfrac{1}{2}.\dfrac{-1}{\sin^2 x^2}.2x \Rightarrow y' = \dfrac{-x}{\sin^2 x^2}$

Câu 64. Đáp số B.

Hướng dẫn: $y = \cot g3x - \dfrac{1}{2}\tan 2x \Rightarrow y' = \dfrac{-3}{\sin^2 3x} - \dfrac{1}{\cos^2 2x}$

Câu 65. Đáp số A.

Hướng dẫn: $y = \cos(\dfrac{\pi}{4} - 2x) \Rightarrow y' = 2\sin(\dfrac{\pi}{4} - 2x)$

$$y'(\frac{\pi}{8}) = 2\sin(\frac{\pi}{4} - \frac{\pi}{4}) = 0$$

$$y'(\frac{\pi}{3}) = 2\sin(\frac{\pi}{4} - \frac{2\pi}{3}) \neq 0 \Rightarrow \frac{y'(\frac{\pi}{8})}{y'(\frac{\pi}{3})} = 0$$

Câu 66. Đáp số C.

Hướng dẫn: $y = \sin(\dfrac{\pi}{3} - \dfrac{1}{2}x) \Rightarrow y' = \dfrac{-1}{2}.\cos(\dfrac{\pi}{3} - \dfrac{1}{2}x)$

$$y' = 0 \Leftrightarrow \cos(\frac{\pi}{3} - \frac{1}{2}x) = 0 \Leftrightarrow \frac{\pi}{3} - \frac{1}{2}x = \frac{\pi}{2} + k\pi$$

$$\Leftrightarrow x = -\frac{\pi}{3} - k2\pi$$

Câu 67. Đáp số A.

Hướng dẫn: $y = \cos\left(\dfrac{2\pi}{3} + 2x\right) \Rightarrow y' = -2\sin\left(\dfrac{2\pi}{3} + 2x\right)$

$$y' = 0 \Leftrightarrow \sin\left(\frac{2\pi}{3} + 2x\right) = 0 \Leftrightarrow \frac{2\pi}{3} + 2x = k\pi$$

$$\Leftrightarrow 2x = -\frac{2\pi}{3} + k\pi \quad \Leftrightarrow x = -\frac{\pi}{3} + k\frac{\pi}{2}$$

Câu 68. Đáp số C.

Hướng dẫn: $x_0 = \dfrac{\pi}{6} \Rightarrow y_0 = tg(\dfrac{\pi}{4} - 3.\dfrac{\pi}{6}) = tg(-\dfrac{\pi}{4}) = -1$

$$y = tg(\frac{\pi}{4} - 3x) \Rightarrow y' = \frac{-3}{\cos^2\left(\frac{\pi}{4} - 3x\right)}$$

$$y'\left(\frac{\pi}{6}\right) = \frac{-3}{\cos^2\left(\frac{\pi}{4} - 3.\frac{\pi}{6}\right)} = \frac{-3}{\cos^2\left(-\frac{\pi}{4}\right)} = -6$$

Vậy phương trình của tiếp tuyến tại $\left(\frac{\pi}{6}, -1\right)$ là:

$$y = -6\left(x - \frac{\pi}{6}\right) - 1 \Rightarrow y = -6x + \pi - 1$$

Câu 69. Đáp số C.

Hướng dẫn: $y = -\frac{1}{2}.\sin\frac{x}{3}$

$$\Rightarrow y' = -\frac{1}{6}.\cos\frac{x}{3}$$

Hệ số góc a của tiếp tuyến với đồ thị hàm số tại M có hoành độ $x_0 = \pi$

$$a = f'(\pi) = -\frac{1}{6}.\cos\frac{x}{3} = \frac{-1}{12}$$

Câu 70. Đáp số B.

Hướng dẫn:

Tiếp tuyến với (C): $y = f(x) = x^3$ tại $M(-1; -1)$ có phương trình:

$$y + 1 = f'(x_0)(x + 1) = 3.(-1)^2(x + 1)$$

$$\Leftrightarrow y = 3x + 2$$

Câu 71. Đáp số C.

Hướng dẫn:

Tiếp tuyến với (C) tại điểm có $x = 1 \Rightarrow y = 1$ có phương trình:

$$y - 1 = 3(1)^2(x - 1)$$

$$\Rightarrow y = 3x - 2$$

Câu 72. Đáp số A.

Hướng dẫn: Tiếp tuyến với (C) có hệ số góc $k = 12 \Rightarrow 3x^2 = 12$

$$\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x = 2 \Rightarrow y = 8 \\ x = -2 \Rightarrow y = -8 \end{array}\right.$$

Vậy có hai tiếp tuyến phải tìm phương trình là:

$$y - 8 = 12(x - 2) \Leftrightarrow y = 12x - 16$$

hay $\quad y + 8 = 12(x + 2) \Leftrightarrow y = 12x + 16$

Câu 73. Đáp số D.

Hướng dẫn:

Tiếp tuyến với (C) qua $M(2; 0)$ có tiếp điểm $M_0(x_0, y_0)$ thì có phương trình:

$$y - y_0 = 3x_0^2(x - x_0)$$

Tiếp tuyến qua M(2; 0) $\Leftrightarrow 0 - x_0^3 = 3x_0^2(2 - x_0)$

$$\Leftrightarrow -2x_0^3 + 6x_0^2 = 0 \quad \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x_0 = 0 \Rightarrow y = 0 \\ x_0 = 3 \Rightarrow y_0 = 27 \end{array}\right.$$

Vậy có hai tiếp tuyến phải tìm của phương trình là:

$$y = 0 \text{ hay } y - 27 = 3(3)^2(x - 3) \Leftrightarrow y = 27x - 54$$

Câu 74. Đáp số C.

Hướng dẫn:

Tiếp tuyến với (C) biết nó song song với (d): $y = \frac{1}{3}x - 10$

nên có hệ số góc $f'(x_0) = \frac{1}{3}$ với x_0 là hoành độ tiếp điểm

$$\Rightarrow 3x_0^2 = \frac{1}{3} \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x_0 = \frac{1}{3} \Rightarrow y_0 = \frac{1}{27} \\ x_0 = -\frac{1}{3} \Rightarrow y_0 = -\frac{1}{27} \end{array}\right.$$

Vậy có hai tiếp tuyến phải tìm của phương trình:

$$y - \frac{1}{27} = \frac{1}{3}(x - \frac{1}{3}) \Leftrightarrow y = \frac{1}{3}x - \frac{2}{27}$$

hay $\quad y + \frac{1}{27} = \frac{1}{3}(x + \frac{1}{3}) \Leftrightarrow y = \frac{1}{3}x + \frac{1}{27}$

Câu 75. Đáp số B.

Hướng dẫn:

Tiếp tuyến với (C) biết nó vuông góc với (Δ): $y = -\frac{x}{27} + 8$

$\Rightarrow$ tiếp tuyến có hệ số góc $f'(x_0) = 27 \Leftrightarrow 3x_0^2 = 27$

$$\left[\begin{array}{l} x_0 = 3 \Rightarrow y_0 = 27 \\ x_0 = -3 \Rightarrow y_0 = -27 \end{array}\right.$$

Vậy có hai tiếpp tuyến phải tìm của phương trình là:

$$y - 27 = 27(x - 3) \Leftrightarrow y = 27x - 54$$

hay $\quad y + 27 = 27(x + 3) \Leftrightarrow y = 27x + 54$

Câu 76. Đáp số C.

Hướng dẫn:

- Hệ số góc $f'(x_0)$ tiếp tuyến tại $M(x_0, y_0)$

- $y = \cos\left(\frac{\pi}{3} + \frac{x}{2}\right) \Rightarrow y' = -\frac{1}{2}\sin\left(\frac{\pi}{3} + \frac{x}{2}\right)$

$$f'(x_0) = -\frac{1}{2}\sin\left(\frac{\pi}{3} + \frac{x_0}{2}\right)$$

- Tiếp tuyến song song: $y = \frac{1}{2}x + 5$

$$\Rightarrow -\frac{1}{2}\sin\left(\frac{\pi}{3} + \frac{x_0}{2}\right) = \frac{1}{2} \Rightarrow \sin\left(\frac{\pi}{3} + \frac{x_0}{2}\right) = -1 \Leftrightarrow x_0 = \frac{5\pi}{3} + k4\pi$$

$$\Rightarrow y_0 = \cos\left(\frac{\pi}{3} - \frac{5\pi}{6} + k4\pi\right) = \cos\left(-\frac{\pi}{2} + k4\pi\right) = 0$$

Vậy $M(-\frac{5\pi}{6}, 0)$

Câu 77. Đáp số C.

Hướng dẫn: $y = \text{cotg}^2\frac{x}{4} \Rightarrow y' = 2.\text{cotg}\frac{x}{4}.(-\frac{1}{4}).\frac{1}{\sin^2\frac{x}{4}}$

$$y' = -\frac{1}{2}.\frac{\cos\frac{x}{4}}{\sin^3\frac{x}{4}}$$

$$y' = 0 \Leftrightarrow \cos\frac{x}{4} = 0 \Leftrightarrow x = 2\pi + k4\pi$$

Câu 78. Đáp số D.

Hướng dẫn: $y = \frac{\sqrt{2}}{\cos 3x}$

$$\Rightarrow y' = \frac{3\sqrt{2}.\sin 3x}{\cos^2 3x} \Rightarrow y'_{(\frac{\pi}{3})} = \frac{3.\sqrt{2}\sin 3\pi}{\cos^2 3\pi}$$

$$y'_{(\frac{\pi}{3})} = 0$$

Câu 79. Đáp số B.

Hướng dẫn. $y = -\frac{2}{\tan(1-2x)} \Rightarrow y' = \frac{-4}{\sin^2(1-2x)}$

Câu 80. Đáp số B.

Hướng dẫn: $y = \cos(\tan x) \Rightarrow y' = -\sin(\tan x).(\tan x)'$

$$= -\sin(\tan x).\frac{1}{\cos^2 x}$$

Câu 81. Đáp số D.

Hướng dẫn: $y = 5\sin 2x \Rightarrow y' = 10.\cos 2x$

$dy = y'.dx \Rightarrow dy = 10.\cos 2x.dx$

Vi phân của hàm tại $x = \frac{\pi}{3}$: $dy = 10.\cos(2.\frac{\pi}{3}).dx$

$dy = -5.dx$

Câu 82. Đáp số A.

Hướng dẫn: $y = \frac{x+3}{1-2x} \Rightarrow y' = \frac{7}{(1-2x)^2} \Rightarrow y'(-3) = \frac{7}{49} = \frac{1}{7}$

$\Rightarrow$ Vi phân của hàm số tại $x = -3$ là:

$dy = \frac{1}{7}.dx$

Câu 83. Đáp số C.

Hướng dẫn: $dy = \text{cox}(\sin x).\cos x.dx$

Câu 84. Đáp số C.

Hướng dẫn: $y = \text{tg}\sqrt{x} \Rightarrow y' = \frac{1}{2\sqrt{x}.\cos^2\sqrt{x}}$

$$dy = \frac{1}{2\sqrt{x}.\cos^2\sqrt{x}}.dx$$

Câu 85. Đáp số C.

Hướng dẫn: $y = \cos^2 2x \Rightarrow -2\cos 2x.\sin 2x = -4.\cos 2x.\sin 2x$

$dy = -4.\cos 2x.\sin 2x.dx$

Câu 86. Đáp số B.

Hướng dẫn: $dy = \frac{-4x}{(1+x^2)^2}.dx$

Câu 87. Đáp số B.

Hướng dẫn: $f'(0^+) = \lim\limits_{x\to 0^+}\frac{f(x) - f(0^+)}{x - 0} = \lim\limits_{x\to 0^+}\frac{x^2 - x}{x}$

$$= \lim_{x\to 0^+}(x - 1) = -1$$

Câu 88. Đáp số D.

Hướng dẫn:

- $f'(0^+) = \lim\limits_{x\to 0^+}\frac{f(x) - f(0^+)}{x - 0} = \lim\limits_{x\to 0^+}\frac{\sin x}{x} = 1$
- $f'(0^-) = \lim\limits_{x\to 0^-}\frac{f(x) - f(0^+)}{x - 0} = \lim\limits_{x\to 0^-}\frac{x - 0}{x} = 1$

- $f'(0^+) = f'(0\ ) = 1$

$\Rightarrow f'(0) = 1 \Rightarrow df(0) = 1dx$

Vậy hàm số không có vi phân tại x = 0 là sai

Câu 89. Đáp số D.

Hướng dẫn: $y = -3x^3 + 3x^2 - x + 5 \Rightarrow y' = -9x^2 + 6x - 1$

$y'' = -18x + 6$

$y^{(3)} = -18 \Rightarrow y^{(3)}_{(3)} = -18$

Câu 90. Đáp số A.

Hướng dẫn: $y = \dfrac{2}{1 + x} \Rightarrow y^{(3)} = \dfrac{-12}{(1 + x)^4}$

$y^{(3)}_{(1)} = \dfrac{-12}{16} = \dfrac{-3}{4}$

Câu 91. Đáp số C.

Hướng dẫn: $y = \dfrac{2}{1 + x} \Rightarrow y = 2.\dfrac{1}{1 + x}$

$y^{(n)} = 2.(-1)^n.\dfrac{n!}{(1 + x)^{n+1}}$

Câu 92. Đáp số A.

Hướng dẫn: $y = \dfrac{1}{x} \Rightarrow y^{(n)} = (-1)^n.\dfrac{n!}{x^{n+1}}$

Câu 93. Đáp số C.

Hướng dẫn: $y^{(5)}_{(1)} = (-1)^5.\dfrac{5!}{1^6} = -5!$

Câu 94. Đáp số C.

Hướng dẫn: $y = \sin^2 x$

$y' = 2\sin x\cos x = \sin 2x$

$y'' = 2\cos 2x$

$y''' = -4\sin 2x$

$y^{(4)} = -8\cos 2x$

Câu 95. Đáp số B.

Hướng dẫn: $y = \cos^2 x \Rightarrow y' = -2\cos x.\sin x = -\sin 2x$

$y'' = -2\cos 2x$

$y''' = 4.\sin 2x$

$y^{(3)}_{(\frac{\pi}{3})} = 4.\sin\dfrac{2\pi}{3} = 2\sqrt{3}$

Câu 96. Đáp số C.

Hướng dẫn: $y = \sin x + \cos x \Rightarrow y' = \cos x - \sin x$

$$y'' = -\sin x - \cos x$$

$$y''' = -\cos x + \sin x$$

$$y^{(3)}_{(\frac{\pi}{4})} = -\cos\frac{\pi}{4} + \sin\frac{\pi}{4} = \frac{-\sqrt{2}}{2} + \frac{\sqrt{2}}{2} = 0$$

Câu 97. Đáp số B.

Hướng dẫn: $y = \dfrac{1}{x^2 - 1}$

$$\Rightarrow y^{(3)} = -\frac{1}{2}.3!.\left[\frac{1}{(x-1)^4} - \frac{1}{(x+1)^4}\right]$$

$$y^{(3)} = -3.\left[\frac{1}{(x-1)^4} - \frac{1}{(x+1)^4}\right]$$

$$y^{(3)}_{(2)} = \frac{-80}{27}$$

Câu 98. Đáp số C.

Hướng dẫn: • $S = t^3 - 3t^2 \Rightarrow v(t) = S' = 3t^2 - 6t$

$$\Rightarrow v(3s) = 3.3^2 - 18 = 9 \text{ (m/s)}$$

• $S = t^3 - 3t^2 \Rightarrow a = S'' = 6t - 6$

$$a_{(t=4s)} = 6.4 - 6 = 18 \text{ (m/s}^2\text{)}$$

Câu 99. Đáp số C.

Hướng dẫn: • $S = t^3 - 3t^2 - 9t + 2$

$$\Rightarrow v(t) = S' = 3t^2 - 6t - 9$$

$$v(t) = 0 \Leftrightarrow 3t^2 - 6t - 9 = 0$$

$$\Leftrightarrow t^2 - 2t - 3 = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} t = -1 \\ t = 3 \end{array}\right.$$

• $S = t^3 - 3t^2 - 9t + 2$

$$\Rightarrow a = S'' = 6t - 6$$

$$\Rightarrow a_{(t=3s)} = 6.3 - 6 = 12 \text{ (m/s}^2\text{)}$$

Câu 100. Đáp số A.

Hướng dẫn: $y = \cos^2 2x = \dfrac{1 + \cos 4x}{2}$

$$\Rightarrow y' = -2\sin 4x$$

$$y'' = -8\cos 4x;\ y''' = 32\sin 4x$$

$$\Rightarrow y''' + 16y' + 16y - 8 = 32\sin 4x - 32\sin 4x - 8\cos 4x + 8\cos 4x - 8 = 0$$

MỤC LỤC

THAY LỜI TỰA 3

Chương 1. HÀM SỐ LƯỢNG GIÁC. PHƯƠNG TRÌNH LƯỢNG GIÁC

§1. Hàm số lượng giác 5
§2. Công thức biến đổi lượng giác 11
§3. Phương trình lượng giác 15

Chương 2. TỔ HỢP VÀ XÁC SUẤT

1. Giải tích tổ hợp 25
2. Phép thử, biến cố và xác xuất của biến cố 31

Chương 3. DÃY SỐ – CẤP SỐ CỘNG – CẤP SỐ NHÂN

§1. Dãy số 35
§2. Cấp số cộng 42
§3. Cấp số nhân 49

Chương 4. GIỚI HẠN VÀ LIÊN TỤC

§1. Giới hạn dãy số 56
§2. Giới hạn của hàm số 62
§3. Hàm liên tục 70

Chương 5. ĐẠO HÀM

§1. Định nghĩa – Ý nghĩa hình học của đạo hàm 76
§2. Qui tắc tính đạo hàm 80
§3. Đạo hàm của hàm số hữu tỉ và hàm số lượng giác 85
§4. Vi phân 91
§5. Đạo hàm cấp cao 93

HƯỚNG DẪN GIẢI – ĐÁP SỐ

Chương 1. HÀM SỐ LƯỢNG GIÁC PHƯƠNG TRÌNH LƯỢNG GIÁC

Chương 2. TỔ HỢP VÀ XÁC SUẤT 108
Chương 3. DÃY SỐ – CẤP SỐ CỘNG – CẤP SỐ NHÂN 122
Chương 4. GIỚI HẠN VÀ LIÊN TỤC 137
Chương 5. ĐẠO HÀM 152

NHÀ XUẤT BẢN ĐẠI HỌC QUỐC GIA HÀ NỘI
16 Hàng Chuối – Hai Bà Trưng – Hà Nội
Điện thoại: (04) 9715013; (04) 9724770; Fax: (04) 9714899

Chịu trách nhiệm xuất bản:
Giám đốc : PHÙNG QUỐC BẢO
Tổng biên tập : NGUYỄN BÁ THÀNH
Biên tập : Hoàng Tiến, Trần Hưng
Sửa bài : Trần Hưng
Trình bày bìa : Ngọc Anh

CƠ SỞ LÍ THUYẾT VÀ 500 CÂU HỎI TRẮC NGHIỆM ĐẠI SỐ VÀ GIẢI TÍCH 11

Mã số: 1L-155 ĐH2007
In 2.000 cuốn, khổ 16 x 24cm. Tại Công ty TNHH in bao bì Phong Tân.
Số xuất bản: 533-2007/CXB/07-77/ĐHQGHN, ngày 10/7/2007.
Quyết định xuất bản số: 346 LK/XB
In xong và nộp lưu chiểu quý III năm 2007.